

Primljen / Received: 29.2.2016.

Ispravljen / Corrected: 30.5.2017.

Prihvaćen / Accepted: 27.11.2017.

Dostupno online / Available online: 10.5.2019.

Usporedna analiza različitih modela razmazanih pukotina u betonskim branama

Autori:



Mehdi Alijani-Ardeshir, dipl.ing.građ.

Tehnološko sveučilište Babol Noshirvani Babol
Zavod za građevinarstvo
Alijani.as@gmail.com



Izv.prof.dr.sc. **Bahram Navayi Ney**, dipl.ing.građ.
Tehnološko sveučilište Babol Noshirvani Babol
Zavod za građevinarstvo
Navayi@nit.ac.ir



Prof.dr.sc. **Mohammadtaghi Ahmadi**, dipl.ing.građ.
Tehnološko sveučilište Tarbiat Modarreh
Zavod za građevinarstvo
mahmadi@modares.ac.ir

Stručni rad

Mehdi Alijani-Ardeshir, Bahram Navayi Ney, Mohammadtaghi Ahmadi

Usporedna analiza različitih modela razmazanih pukotina u betonskim branama

U radu je istražen nelinearni seizmički odgovor betonske gravitacijske brane. Za usporednu analizu profila pukotina i odgovore brane primijenjena je nelinearna mehanika loma triju modela razmazanih pukotina. Primjenom metode konačnih elemenata, dinamička jednadžba je riješena modificiranom Newton-Raphsonovom metodom i Bosakovim algoritmom vremenske integracije. Razmotreni su utjecaji modela razmazanih pukotina na seizmički odgovor brane Pine Flat, a rezultati su pokazali da postoje razlike u glavnim naprezanjima, pomacima krune brane, broju i obliku pukotina.

Ključne riječi:

betonska gravitacijska brana, nelinearna dinamička analiza, modeli razmazanih pukotina

Professional paper

Mehdi Alijani-Ardeshir, Bahram Navayi Ney, Mohammadtaghi Ahmadi

Comparative study of various smeared crack models for concrete dams

The nonlinear seismic response of concrete gravity dams is investigated in the paper. Nonlinear fracture mechanics based on three smeared crack models is used for comparative study of the cracking profile and dam response. Using the finite element method, the dynamic equation is solved by means of the modified Newton-Raphson method and Bosak's time integration algorithm. The effects of crack models on seismic response of Pine Flat Dam are discussed. The results reveal some differences in principal stress, dam crest displacement, and in the number and shape of cracks.

Key words:

concrete gravity dam, nonlinear dynamic analysis, smeared crack models

Fachbericht

Mehdi Alijani-Ardeshir, Bahram Navayi Ney, Mohammadtaghi Ahmadi

Vergleichende Analyse unterschiedlicher Modelle betrachteter Risse in Betondämmen

In der Abhandlung wurde die nicht lineare seismische Antwort des Gravitationsdamms aus Beton untersucht. Für die vergleichende Analyse der Rissprofile und die Antworten des Damms wurde bei drei Modellen die nicht lineare Bruchmechanik der verschmierten Risse angewendet. Durch Anwendung der Finiten-Elemente-Methode wurde die dynamische Gleichung durch die modifizierte Newton-Raphson-Methode und Bosak's Algorithmus der Zeitintegration gelöst. Betrachtet wurden die Auswirkungen der Modelle der verschmierten Risse auf die seismische Antwort des Damms Pine Flat, und die Ergebnisse zeigten, dass es Unterschiede in den Hauptspannungen, der Verschiebung der Dammkrone, der Anzahl und der Form der Risse gab.

Schlüsselwörter:

Gravitationsdamm aus Beton, nicht lineare dynamische Analyse, Modelle betrachteter Risse

1. Uvod

Mnogi su znanstvenici proučavali sigurnost i stabilnost betonskih brana uslijed seizmičkih pobuda. U proteklih 80 godina autori radova su predstavili rezultate sveobuhvatnih seizmičkih analiza akumulacijskog sustava brana primjenom različitih metoda, prije svega metode konačnih elemenata, uzimajući u obzir različite parametre poput stišljivosti vode, međudjelovanja brane i tekućine, pukotina u brani itd. U dinamičkoj analizi betonskih brana postoje tri pristupa za određivanje utjecaja interakcije brane i akumulacije: Eulerianov pristup, LaGrangeov pristup te primjenom dodane mase. Dodana masa je najjednostavniji pristup kojim se pretpostavlja utjecaj akumulacije kao aproksimacija dodane mase koja opterećuje branu. U Eulerianovom pristupu, varijable akumulacije su izražene tlakom ili potencijalom brzine, a konstrukcijske varijable su pomaci. Budući da se te dvije vrste varijabli značajno razlikuju, potrebno je primijeniti poseban algoritam za rješavanje združenog sustava [1].

U Lagrangeovom pristupu ponašanje je konstrukcije i fluida predstavljeno u smislu pomaka ili brzine čvorova mreže konačnih elemenata, pa su predložena neka ograničenja i kaznena (penalty) funkcija kako bi se eliminirao neprikladni model fluida [2-5]. Betonske gravitacijske brane su osjetljive na pojavu pukotina zbog niske vlačne čvrstoće betona, pa je zato nelinearna analiza betonskih brana neizbježna. Da bi se razumjelo nelinearno ponašanje betonskih brana, potrebno je modelirati razvoj pojave pukotina i oštećenja. U proteklih 35 godina je provedeno mnogo ispitivanja, a znanstvenici su otkrili različite modele pukotina koje nastaju u betonu uslijed loma. U nelinearnim ispitivanjima betonskih gravitacijskih brana prepoznate su dvije vrste modela: diskretne pukotine i kontinuirane pukotine. Model diskretne pukotine zahtijeva praćenje odgovora i modifikaciju mreže konačnih elemenata s obzirom na konfiguraciju pukotine koja se pojavljuje u svakoj fazi opterećenja. Međutim, takav pristup eksplicitno prikazuje pukotine kao razdvajanje dvaju susjednih čvorova u mreži konačnih elemenata koji predstavlja realniju simulaciju pojave pukotina. Taj je model prihvatljiv ako su položaj i smjer pukotina vidljivi prije nanošenja opterećenja na konstrukciju [6, 7]. Primjena diskretnog modela pukotina u analizi loma betonske brane je ograničena zbog velikog utroška vremena potrebnog za računanje [7]. U modelu diskretnih pukotina mogu se primijeniti dvije metode, tj. linearnoelastična mehanika loma (eng. *linear elastic fracture mechanics* - LEFM) i nelinearnoelastična mehanika loma (eng. *nonlinear fracture mechanics* - NLFM). Diskretni model pukotina uz primjenu LEFM metode se koristio kako bi se ispitao statički odgovor betonske brane opterećene do sloma [7]. Metoda LEFM je prihvatljiva za materijale sa zanemarenim zonama razvoja pukotina (eng. *fracture process zone* - FPZ).

Betonski materijal brane ima ograničenu sličnost s metodom LEFM zbog značajne zone razvoja pukotina FPZ s obzirom na dimenzije betonske brane. Kritičan dio se odnosi prije svega na dio neposredno ispod krune brane [7, 8]. Ahmadi i

Razavi [9] su predstavili model konačnih elemenata diskretnih pukotina za modeliranje spojeva. Pritom su uzeli u obzir idealno elastoplastično ponašanje spojeva uslijed vlačnog naprezanja i linearnoelastično ponašanje uslijed tlačnog opterećenja i posmika. Ahmadi i suradnici [10] su uveli nelinearni element spoja s tlačnopoosmičnim ponašanjem za analizu lučnih brana. Lotfi i Espandar [11] su koristili metode diskretnih pukotina, neortogonalne razmazanih pukotina i njihovu kombinaciju kako bi proveli analizu brane uslijed seizmičke pobude.

Model kontinuiranih pukotina je podijeljen na mehaniku oštećenja i model razmazanih pukotina. Ghrib i Tinawi [12] su koristili anizotropne modele mehanike oštećenja u nelinearnim seizmičkim analizama betonskih gravitacijskih brana. Model može prikazati pojavu otvaranje-zatvaranje pukotina primjenom svojstava elementa poput tlačne i vlačne čvrstoće i energije loma. Neki znanstvenici, primjerice Gunn [13], Valliappan i sur. [14], Sumarac i sur. [15], Labadi i Hannachi [16], Contrafatto i Cuomo [17], Grassl i Jirasek [18], Khan i sur. [19] i Mirzabozorg i sur. [20] primijenili su mehaniku oštećenja kako bi istražili ponašanje betona uslijed loma. Ardakanian i sur. [21] su proučavali nelinearno seizmičko ponašanje betona u 3D analizi na temelju anizotropnih modela mehanike oštećenja.

U modelu razmazanih pukotina, pukotine su modelirane odgovarajućim modificiranim svojstvima materijala. Razmazane pukotine su prikladne kada nije poznat smjer pukotina, jer za formiranje pukotine nije potrebna promjena postojeće mreže konačnih elemenata ili promjena broja stupnjeve slobode. Analiza širenja pukotina koja se bazira na vlačnoj čvrstoći (Rashid [22]) smatra se nepouzdanim pristupom zbog predviđanja odgovora koji ovisi o mreži konačnih elemenata [23, 24].

Nelinearno ponašanje u metodi FPZ, koje je značajno u betonskom tijelu brane, zanemareno je kod konvencionalnih modela LEFM. Modeli LEFM mogu pouzdano predvidjeti ponašanje raspucavanja betona uslijed vrlo sporog opterećenja kao i uslijed udarnog opterećenja. Za kratkotrajna statička opterećenja i seizmičke pobude prikladniji su NLFM modeli koji uzimaju u obzir omekšavanje materijala pri deformaciji u FPZ-u [25].

Konstitutivni model trakastih pukotina s omekšanjem, koji je razvijen na temelju principa očuvanja energije loma, smatra se značajnim postignućem u rješavanju problema loma betona analizom konačnih elemenata. Omekšavanje materijala na temelju NLFM parametara (eng. *nonlinear fracture mechanics* - NLFM) uključuje različite modele pukotina, kriterije loma, različite oblike loma itd. [23].

Međutim, smjer širenja pukotine nije precizno određen u modelu trakastih pukotina. U većini slučajeva, posmične deformacije uslijed omekšanja materijala u elementima sa smanjenim naprezanjima mogu uzrokovati rotaciju trakastih pukotina. Konstitutivni modeli pukotina, kojima se fiksiraju lokalne trakaste pukotine na samom početku pojave nagiba, općenito vode do ozbiljnog *locking* efekta naprezanja zbog cik-cak širenja pukotina u kontinuiranoj mreži konačnih elemenata. De Borst i Nauta [26, 27] su predložili konstitutivni model koji omogućuje neortogonalno oblikovanje pukotina kako bi se smanjio "locking"

efekt naprezanja u analizi razmazanih pukotina. Neortogonalna formulacija može rezultirati nepovoljnom matricom krutosti zbog malog kutnog razmaka između pukotina u konačnom elementu. Primjenom koncepta rotirajućih pukotina zajedno s implicitnom definicijom posmične čvrstoće konačnih elemenata, može se smanjiti "locking" efekt naprezanja u analizi razmazanih pukotina [28, 29].

Primjenom globalnog konstitutivnog modela, osjetljivost širenja pukotina s obzirom na smjer pukotine se može eliminirati u mreži konačnih elemenata [30]. Međutim, primjena nestandardnih modela u analizi brane uslijed loma je ograničena. To je povezano sa zahtjevom za vrlo sitnu mrežu konačnih elemenata (najmanje tri elementa za svaku pukotinu) i s velikim utroškom vremena potrebnog za računanje koji su povezani s prosječnim prostornim razmacima standardnih odgovora. Zaključeno je da su modeli lokaliziranih razmazanih pukotina prikladni za primjenu u složenim analizama konstrukcija, zbog manjeg utroška vremena potrebnog za računanje i pojednostavljene definicije konstitutivnog ponašanja materijala. Nadalje, zbog proširenja modela lomne trake prikladnija je primjena trodimenzionalne analize [6, 7].

Bhattacharjee i Leger [6] proučavali su dinamički odgovor brane Koyna primjenom modela koaksijalno rotirajućih pukotina i model fiksnih pukotina s promjenjivim faktorom posmične otpornosti u modelu betona. U njihovom ispitivanju, pretpostavljeno je to da su temelji kruti, a rezultati su pokazali da su se formirane pukotine na dnu brane i na gornjem dijelu u blizini točke promjene nagiba nizvodnog lica mijenjale tijekom potresa Koyna.

Mnogi su znanstvenici, primjerice Ghaemian i Ghobarah [31], Vaseghi Amiri i Ahmadi [32], Weihe i sur. [33], Mosler i Meschke [34], Cai [35], Lotfi i sur. [36] i Calayir i Karaton [25] istraživali modele pukotina na temelju razmazanih pukotina, ali nitko od njih nije dobio iste rezultate za smjer širenja pukotina na promatranom prototipu ponašanja. Mirzabozorg i Ghaemian [37] su razvili model temeljen na modelu razmazanih pukotina u 3D modelu koji uzima u obzir interakciju brane i akumulacije. Mirzabozorg i sur. [38] su ispitivali nejednolike pukotine u modelu razmazanih pukotina za 3D analizu betonskih brana. Mirzabozorg i sur. [39] su proučavali nelinearno ponašanje betonskih brana uslijed nejednolike seizmičke pobude. Guanglun i sur. [40] su primijenili numeričku shemu temeljenu na nelinearnoj teoriji trakastih pukotina kako bi istražili seizmičko ponašanje Koyna brane uslijed potresa Koyna. Analiza brane s krutim temeljima pokazala je da se pukotine pojavljuju na gornjem dijelu brane u blizini točke promjene nagiba nizvodnog lica brane.

Kalani i sur. [5] su promatrali 2D seizmičko ponašanje betonskih gravitacijskih brana uslijed nejednolike seizmičke pobude te rotacijske i translacijske komponente potresa primjenom ortogonalnih fiksnih razmazanih pukotina. Očito da odgovor loma betona brane s različitim modelima razmazanih pukotina nije uspoređen uzimajući u obzir model mehanike kontinuuma. U radu su predstavljeni rezultati komparativnog ispitivanja različitih modela razmazanih pukotina, kako slijedi:

- model razmazanih pukotina u više smjerova (MFCM)

- model koaksijalno rotirajućih pukotina - *The coaxial rotating crack model* (CRCM)
- model ortogonalnih razmazanih pukotina u 2D dinamičkoj analizi betonskih brana.

2. Konstitutivni modeli u analizi brane opterećene do sloma

U modelu razmazanih pukotina, kada maksimalno glavno naprezanje prelazi dopuštenu vlačnu čvrstoću, započinje raspucavanje konstrukcije. Oblik dijagrama vlačno naprezanje-omekšavanje uglavnom kontrolira širenje pukotina, a energiju loma koja se apsorbira u pukotini po jedinici površine poprečnog presjeka je definirana kao energija loma G_f kao karakteristični parametar materijala. Da bi se odredilo ponašanje betonske gravitacijske brane uslijed loma, u ovom su istraživanju uzeta u obzir četiri koraka: kriterij pojave pukotine, omekšanje pri deformaciji, ponašanje nakon pojave pukotina i otvaranje-zatvaranje pukotina. Pretpostavljeno je da je ponašanje prije pojave pukotina u betonu linearno i elastično, a odnos naprezanja $\{\sigma\}$ i deformacija $\{\varepsilon\}$ predstavljen je izrazom (1):

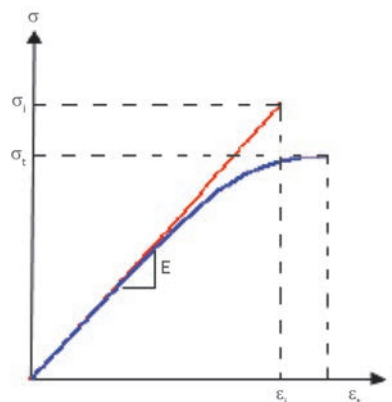
$$\{\sigma\} = [D] \{\varepsilon\} \quad (1)$$

gdje je $[D]$ matrica materijalnih konstanti, a definirana je za izotropno ravninsko stanje naprezanja:

$$[D] = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (2)$$

gdje su E i ν modul elastičnosti i Poissonov koeficijent.

Analiza končnih elemenata ima linearno elastičan odnos do gustoće energije deformiranja od $\frac{1}{2}\sigma_1\varepsilon_1$, gdje su σ_1 i ε_1 glavno naprezanje i deformacija, koji postaju jednaki prije maksimalne vrijednosti na dijagramu naprezanje - deformacije za jednoosno stanje naprezanja i uglavnom su određeni eksperimentalnim ispitivanjima (slika 1.).



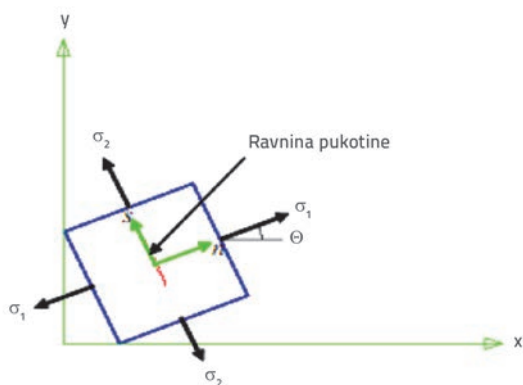
Slika 1. Ponašanje vlačno opterećenog betona [35]

Da bi se uzelo u obzir nelinearno ponašanje betona i utjecaj dvaju osnih naprežanja, kriterij pojave pukotine uz primjenu energije vlačnog deformiranja se može izraziti pomoću izraza (3) [32]:

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_1 - \nu\sigma_2} \right)^{\frac{1}{2}} \tag{3}$$

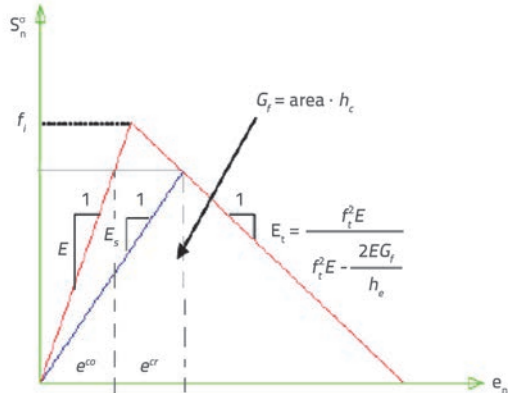
gdje je $\sigma_1 = 1,3 \sigma_t$ i σ_t jednoosna vlačna čvrstoća betona [5].

Stoga, kada maksimalno glavno naprežanje na Gaussovoj točki elementa zadovoljava izraz (3), pretpostavka je da se prva pukotina formira u elementu okomito na smjer maksimalnog glavnog naprežanja, kao što je prikazano na slici 2.



Slika 2. Položaj elementa pukotine u lokalnom koordinatnom sustavu [35]

Nakon pojave pukotine, beton omekšava pri deformaciji, a povećanjem deformacije, vlačno naprežanje okomito na pukotinu se smanjuje. Omekšanje se može odrediti iz jednoosnog vlačnog ispitivanja uzorka betona s kontroliranom deformacijom. Kao što je prikazano na slici 3., za određivanje odnosa naprežanja i deformacija, E , E_t i E_s su početni modul, sekantni modul i tangenti modul elastičnosti, dok je e_n lokalna uzdužna deformacija koja se rastavlja na deformaciju pukotina e^{cr} i deformaciju betona e^{co} .

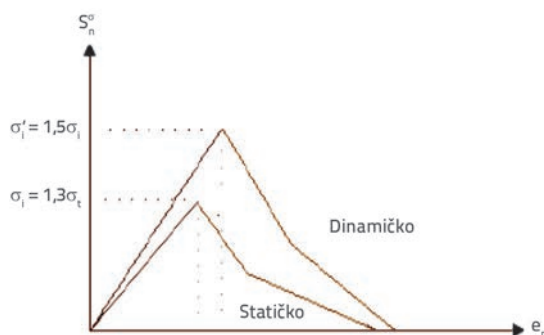


Slika 3. Dijagram naprežanja i deformacija betona uslijed vlačnog opterećenja [35]

Nagib krivulje omekšanja je prilagođen na način da je sačuvana disipacija energije po jediničnoj površini širenja pukotine G_f . Energija loma G_f se može izraziti kao [32]:

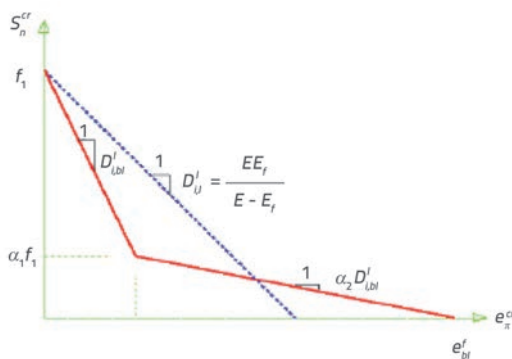
$$G_f = h_c \int S_n^{co} de_n \tag{4}$$

gdje h_c predstavlja širinu pukotine u zoni širenja pukotine koja je određena karakterističnom duljinom materijala, za beton je predloženo $h_c = 3 d$, gdje d označava maksimalnu veličinu zrna agregata u betonu [35]. U metodi konačnih elemenata, kada veličina elementa koja utječe na širinu pukotine postane veća od h_c , krivulja omekšanja mora biti modificirani s obzirom na Bezantov kriterij energije [35] tako da energija loma ostane ista. Stoga, rezultati ne ovise o veličini elementa. Kao što se može vidjeti na slici 4., u dinamičkoj analizi, početni modul i vlačna čvrstoća su povećani primjenom koeficijenta 1,25 i 1,5 [32].



Slika 4. Statička i dinamička krivulja omekšanja [5]

Da bi se uzelo u obzir utjecaj veličine konstrukcije i realističniji model za usporedbu eksperimentalnih rezultata, oblik krivulje omekšanja se može promijeniti u bilinearni oblik, kao što je prikazano na slici 5.



Slika 5. Bilinearna krivulja naprežanja i deformacija nakon pojave pukotina [35]

Na slici 5, $D_{i,bl}^I$ dana je izrazom (5):

$$D_{i,bl}^I = \frac{\alpha_1 + (1 - \alpha_2)\alpha_1^2}{\alpha_2} \left(-\frac{f_t^2 h_c}{2G_f} \right) = \frac{\alpha_2 + (1 - \alpha_2)\alpha_1^2}{\alpha_2} D_{i,l}^I \tag{5}$$

gdje su α_1 i α_2 određene primjenom eksperimentalnih rezultata [35]. Ako je $\alpha_1 = 0$ i $\alpha_2 = 1$, tada je $D'_{i,bl} = D'_{i,j}$ što daje linearno ponašanje uslijed omekšanja [5].

Odnos naprezanja i deformacije za betonski element opterećen do pojave pukotina prikazan je izrazom (6):

$$\{S_n^{cr} S_s^{cr} \tau_{ns}\}^T = [D]_{ns} [e_n e_s \gamma_{ns}]^T \quad (6)$$

gdje indeksi n i s predstavljaju lokalne koordinate s obzirom na smjer pružanja pukotina kao što je prikazano na slici 2., a $[D]_{ns}$ predstavlja matricu materijalnih konstanti za istu orijentaciju lokalnog koordinatnog sustava, koja je prikazana u [5]:

$$D_{ns} = \frac{E}{1-\mu\nu^2} \begin{pmatrix} \mu & \mu\nu & 0 \\ \mu\nu & \mu & 0 \\ 0 & 0 & \beta \frac{1-\mu\nu^2}{2(1+\nu)} \end{pmatrix} \quad (7)$$

gdje je $\mu = E_s/E$ odnos između sekantnog i početnog modula, a β faktor uslijed zaostajanja posmika koji se odnosi na povećanje uklještenosti agregata na površinama pukotina. Za model fiksnih pukotina, β je određen izrazom (8), prema [35]:

$$\beta = \beta_{max} \left(1 - \frac{e_{nm}^{cr}}{e_n^f}\right)^p \quad (8)$$

gdje su e_{nm}^{cr} i e_n^f deformacije i ukupna deformacija uslijed raspucavanja, β_{max} je maksimalni faktor uslijed zaostajanja posmika raspucanog elementa. Za model koaksijalno rotirajućih pukotina, faktor uslijed zaostajanja posmika je određen primjenom izraza (9), prema [32]:

$$\beta = \frac{1+\nu}{1-\mu\nu^2} \left(\frac{\mu\varepsilon_n - \varepsilon_s}{\varepsilon_n - \varepsilon_s} - \mu\nu \right) \quad (9)$$

gdje su ε_n i ε_s komponente deformacija u smjeru normale i paralelno s ravninom pukotine.

Definicija faktora otpornosti na posmik prema (9), kojom se uzimaju u obzir deformacije u poprečnom smjeru i smjeru pružanja pukotine, razlikuje se od uobičajenih formulacija u kojima se jedino normalna deformacija u pukotini uzima u obzir kao indeks oštećenja. U CRCM-u, lokalna os n-s uvijek je poravnana sa smjerovima glavnih deformacija, dok u MFCM-u, deformacije i lokalni koordinatni sustav nisu nužno koaksijalni sa smjerovima glavnih naprezanja.

U MFCM-u, osi lokalnog koordinatnog sustava najprije su poravnane sa smjerovima glavnih deformacija na početku omekšanja, a nakon toga njihov položaj ostaje nepromijenjen do kraja proračuna. Model ponašanja uslijed loma kojim se uzimaju

u obzir stanje elementa uslijed vlačnog i posmičnog naprezanja uzrokuje rotaciju osi glavnog naprezanja kada se pojavi pukotina [27].

Kao posljedica toga, fiksne osi pukotine se više ne poklapaju s osima glavnih naprezanja. Prema istraživanju u ovom radu, nova pukotina se stvara svaki put kada vlačna naprezanja prijeđu kriterij pojave pukotine i kada kut trenutačnog smjera glavnog naprezanja, okomitog na smjer širenja posljednje pukotine, prelazi granični kut. Granični kut je proizvoljni kut koji nije prethodno određen, tako da treba odrediti njegovu vrijednost kako bi se vidjelo koji se kut može koristiti kao granični.

Ovisno o vrijednostima graničnog kuta za MFCM modele, može se pojaviti velik broj pukotina na Gaussovoj točki, a kako bi se odredila njegova vrijednost, razmotreno je šest graničnih kutova od 5, 10, 15, 20, 25 i 30 stupnjeva. Također, dopuštene su najviše četiri pukotine kako bi se oblikovala Gaussova točka.

Lokalna matrica se može transformirati na globalne koordinate kao što je prikazano u [5]:

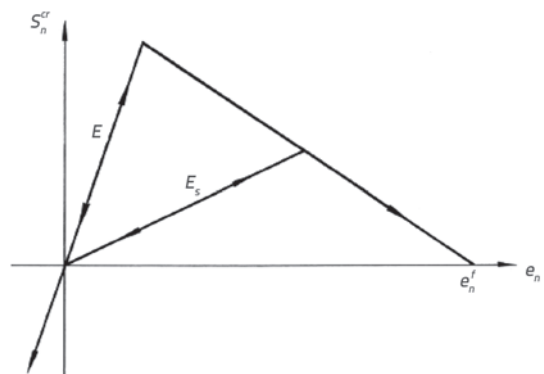
$$[D]_{xy} = [T]^T [D]_{ns} [T] \quad (10)$$

gdje je $[T]$ transformacijska matrica s lokalnog na globalni koordinatni sustav.

Tijekom seizmičke pobude, pukotine se mogu zatvoriti i ponovo otvoriti periodički i progresivno.

Kao što je prikazano na slici 6., na temelju vlačnih cikličnih ispitivanja [5], prihvaćen je pojednostavljeni model konstitutivnog modela otvaranje - zatvaranje pukotina. Element se ponaša linearno prije pucanja te djelomično nakon zatvaranja pukotine (s modulom elastičnosti E).

Kada deformacija u smjeru okomitom na smjer širenja pukotine postane ponovo pozitivna (vlačno naprezanje), pukotina se iznova otvara s povećanim sekantnim modulom E_s sve dok se normalna deformacija ne izjednači s ukupnom deformacijom pukotine ($e_n = e_n^f$).



Slika 6. Ponašanje betonskog materijala uslijed otvaranja i zatvaranja pukotina

3. Lagrangeova formulacija za interakciju sustava brana- akumulacija

U ovom je radu jednadžba gibanja sustava brana- akumulacija riješena Lagrangeovim pristupom uzimajući u obzir linearnu, elastičnu, nerotirajuću tekućinu. Na temelju Lagrangeovog pristupa, F.E. jednadžba gibanja za domenu fluida je izražena kao [5]:

$$M_f \ddot{U}_f + C_f \dot{U}_f + K_f U_f = F_f(t) \quad (11)$$

gdje izrazi M_f , C_f , K_f , \dot{U}_f , \ddot{U}_f i U_f znače matricu mase, matricu prigušenja, matricu krutosti, vektore ubrzanja, brzina i pomaka čvorova mreže konačnih elemenata. $F_f(t)$ je vremenski ovisan vektor brzine u čvorovima definiran kao $M_f a_g$ kada je ubrzanje tla a_g primijenjeno na fluid.

Odnos naprezanja i deformacija uslijed male amplitude gibanja za 2D elemente fluida mogu se zapisati pomoću izraza (12), prema [25, 5]:

$$\begin{Bmatrix} P \\ P_w \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & 0 \\ 0 & C_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_v \\ w \end{Bmatrix} \quad (12)$$

gdje izrazi P , ε_v i C_{11} , označuju tlak, volumensku deformaciju i modul stižljivosti tekućine, w je rotacija oko normale na ravninu, a P_w i C_{22} su naprezanje i parametar ograničenja koji se odnose na parametar w , [4, 5, 25].

Rotacija i parametri ograničenja uključeni su u jednadžbu naprezanja- deformacije fluida, budući da je fluidno nerotirajuće ograničenje uzeto u obzir kao kaznena (eng. *penalty*) funkcija. Primijenjen je smanjeni stupanj integracije s četiri integracijske točke za oblikovanje matrice krutosti s elementima od devet kvadratnih čvorova fluida [4, 5]. Somerfield rubni uvjeti se koriste za određivanje radijacije na najudaljenijem rubu akumulacije [4, 31]. Pretpostavka je da su pomaci čvornih točki u smjeru normale na najudaljeniji rub i na dnu akumulacija jednaki nuli. Kako bi se u proračun mogla uvrstiti interakcija brane i akumulacije, potrebno je odrediti stanje kontaktne površine na spoju brane i akumulacije.

Budući da je pretpostavka ta da fluid nije viskozan, jedini kontinuirani pomaci su oni u smjeru normale na kontaktnu površinu, a to je stanje uzrokovano kaznenom (penalty) funkcijom koja je zadovoljena elementima kontaktne površine s matricom krutosti. Element sa šest čvorova i tri stupnja integracije je primijenjen u elementima kontaktne površine sustava danog izrazom (13), prema [5].

$$M_c \ddot{U}_c + C_c \dot{U}_c + K_c U_c = F_c(t) \quad (13)$$

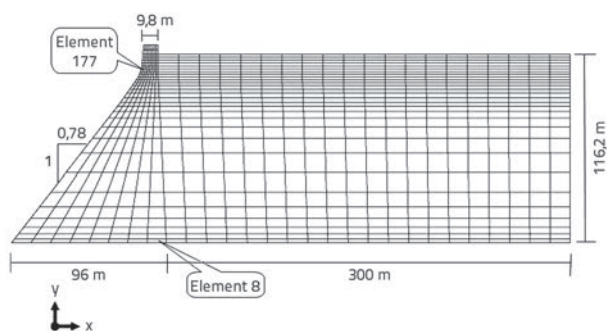
gdje M_c , C_c i K_c označavaju masu, prigušenje i matricu krutosti združenoga sustava, U_c , \dot{U}_c i \ddot{U}_c su vektori pomaka, brzine i akceleracije združenoga sustava, dok je $F_c(t)$ vektor vremenski promjenjive čvorne sile uslijed ubrzanja tla.

Matrica prigušenja C_c je definirana kao zbroj unutarnjeg prigušenja i radijacijskog prigušenja. Pretpostavka je da je unutarnje prigušenje proporcionalno krutosti kao $\beta_1[K]$, gdje je β_1 određen željenim koeficijentom prigušenja pri određenoj frekvenciji, a $[K]$ je matrica krutosti konstrukcijskog ili fluidnog elementa. β_1 se određuje primjenom koeficijenta prigušenja od 5 % za konstrukcijski element, odnosno 0,1 % za fluidni element [4, 5, 25]. Za ravninsko stanje naprezanja elementa brane razmotreni su izoparametarski elementi s devet čvorova i punom integracijom u točki.

U ovom radu jednadžba sustava brana- akumulacija riješena je primjenom Bosakovog algoritma. Za nelinearnu analizu, sile i pomaci čvorova u mreži konačnih elemenata su odabrani kriterijem konvergencije u Newton - Raphsonovoj iteracijskoj metodi kako bi se smanjila neuravnoteženost između podesivih opterećenja i povratnih (uravnotežujućih) sila u sustavu.

4. Numerički rezultati

Nekoliko je znanstvenika uzelo u obzir branu Pine Flat kako bi proučavali primjenu modela razmazanih pukotina. U ovom je radu nelinearna dinamička analiza najvišega dijela brane provedena s obzirom na interakciju brana - akumulacija. Geometrijske karakteristike i mreža konačnih elemenata za najviši monolitni dio brane i njenu akumulaciju prikazani su na slici 7., i označena su dva elementa mreže konačnih elemenata za koje su kasnije prikazani ispisi odgovora betonske brane. Ti elementi su element broj 8, na peti betonske brane i element broj 177 na dijelu neposredno ispod krune brane.



Slika 7. Dimenzije najvišega dijela monolita brane Pine Flat i pripadajuća mreža konačnih elemenata

Maksimalna razina vode je 116,2 m, duljina akumulacije je tri puta veća od razine vode ($B = 3h$), a pretpostavka je da su temelji kruti. Svojstva materijala korištenih u analizi su prikazana u tablici 1 [31, 32]. Bilinearna krivulja omekšanja Cai [35] je primijenjena kako bi se dobili rezultati pukotina gdje su uzete vrijednosti $\alpha_1 = 0,3$ i $\alpha_2 = 0,2$. Odabrane su horizontalne i vertikalne komponente ubrzanja potresa Taft (1952.) i pretpostavljeno je da djeluju okomito na smjer sustava brana - akumulacija. Zapisi o gibanju tla i njegovim svojstvima prikazani su na slici 8. i u tablici 2. Na temelju analize osjetljivosti, vremenski korak integracije je 0,002 sekunde.

Tablica 1. Svojstva materijala brane Pine Flat

Materijal	Moduli stižljivosti K [MPa]	Vlačna čvrstoća Ft [MPa]	Poissonov koeficijent	Koeficijent prigušenja	Energija loma G [N/m]	Jedinična težina γ [kN/m ³]
Beton	15556	2,0	0,2	0,05	150	24,5
Voda	2070	-	-	0,01	-	10

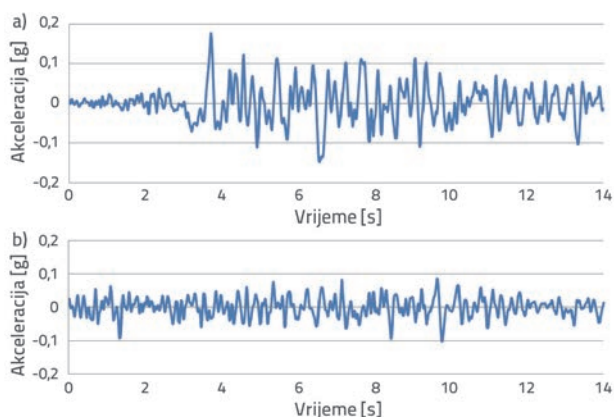
Tablica 2. Karakteristike potresa

Svojstva	Lokacija	Magnituda (Rishter)	Udaljenost od epicentra	PGA [g]	Brzina posmika
Horizontal-S69E	Lincoln school	7,36	35 [km]	0,179	385,4
Vertikalna				0,155	

Tablica 3. Vlastita frekvencija sustava (rad/s)

Mod	1	2	3	4	5
Brana	20,04	41,2	55,41	70,99	107,09
Brana i akumulacija	12,93	19,98	20,38	24,46	26,31

Kako bi se provela linearna i nelinearna dinamička analiza sustava brana - akumulacija, autori rada su napisali računalni kod u programu Fortran 91. U svim su proračunima vlačne deformacije i naprezanja prikazani s pozitivnom vrijednošću.

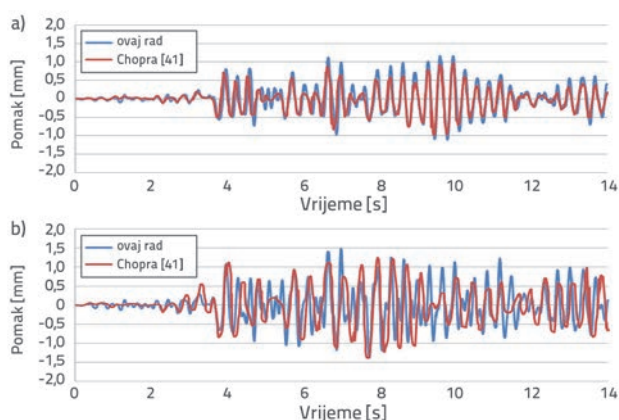


Slika 8. Ubrzanje uslijed potresa Taft: a) komponenta S69E; b) vertikalna komponenta

4.1. Provjera

Linearni horizontalni odgovori krune brane Pine Flat s punom i praznom akumulacijom zbog komponenti S69E potresa Taft, koji su objašnjeni u ovom radu, uspoređeni su s rezultatom u [41].

Ti rezultati su prikazani na slici 9., a međusobno slaganje rezultata je zadovoljavajuće. Neke razlike u rezultatima se odnose na modeliranje brane i akumulacije s elementom od četiri čvora i polukonačnog elementa akumulacije te upotrebe krupnog elementa u radu [4, 41].



Slika 9. Linearni horizontalni odgovor brane Pine Flat zbog komponente S69E uslijed potresa Taft: a) brana s praznom akumulacijom; b) brana s punom akumulacijom

4.2. Odgovor brane Pine Flat

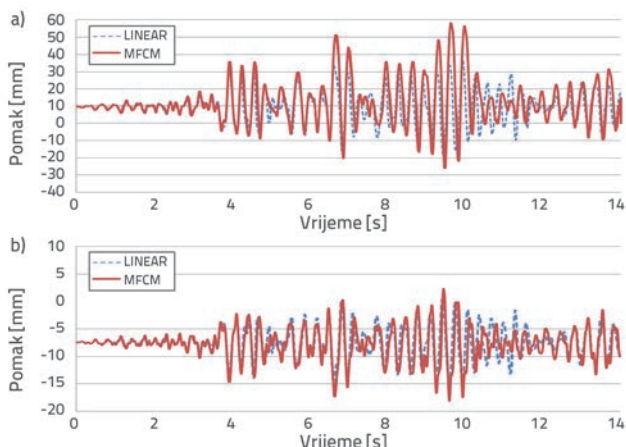
U ovom su radu nelinearni odgovori sustava brana – akumulacija, uslijed seizmičkog opterećenja koji uzima u obzir utjecaj pucanja betona, zbog različitih modela razmazanih pukotina međusobno uspoređeni. U ovom su radu provedene analize sljedećih slučajeva:

- brana s praznom akumulacijom, bez hidrostatičkog tlaka akumulacije
- brana s punom akumulacijom i uključenom interakcijom fluid- konstrukcija.

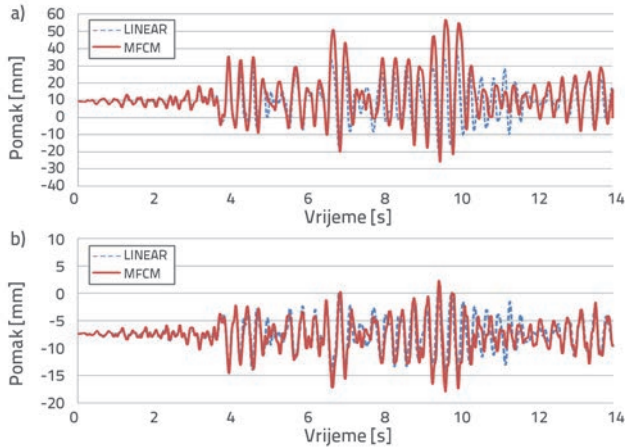
Statički odgovori su uzeti kao početni uvjeti dinamičke analize sustava. U slučaju brane s praznom akumulacijom, početna naprezanja se mogu izračunati uzimajući u obzir

samo sile od tijela brane, dok su kod brane s napunjenom akumulacijom uzeta opterećenja od sile tijela brane i hidrostatskog tlaka. Utjecaj temperature nije uzet u obzir u

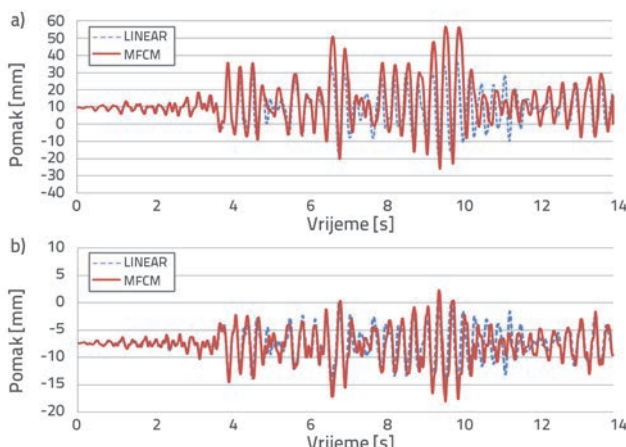
ovom radu. Vremenski zapis pomaka krune brane s različitim modelima pukotina i praznom akumulacijom prikazan je na slikama od 10. do 16.



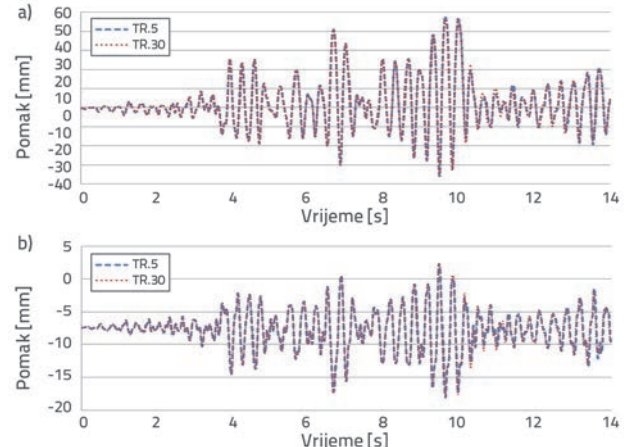
Slika 10. Pomaci krune brane s praznom akumulacijom, s graničnim kutom od 5°: a) horizontalno; b) vertikalno



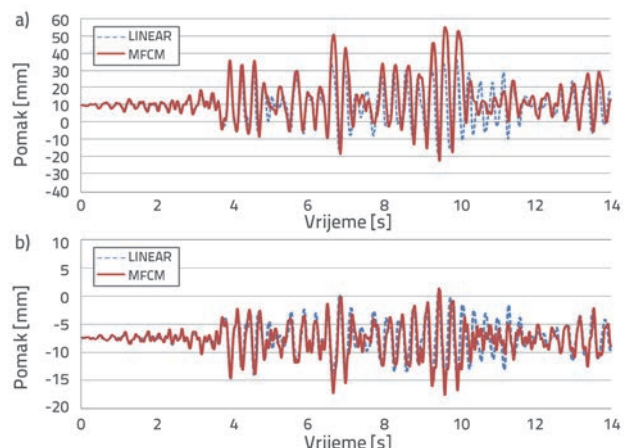
Slika 11. Pomaci krune brane s praznom akumulacijom, s graničnim kutom od 10°: a) horizontalno; b) vertikalno



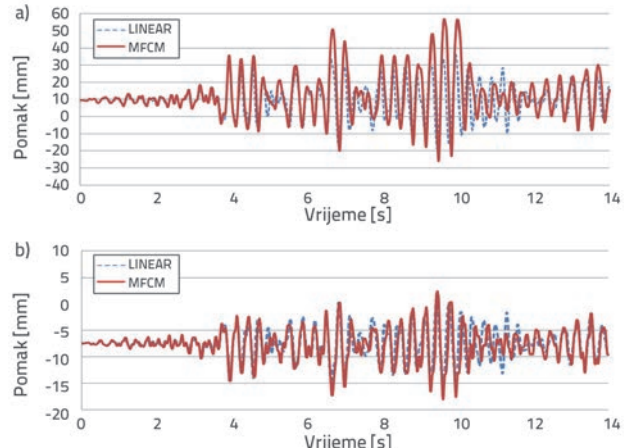
Slika 12. Pomaci krune brane s praznom akumulacijom s graničnim kutom od 15°: a) horizontalno; b) vertikalno



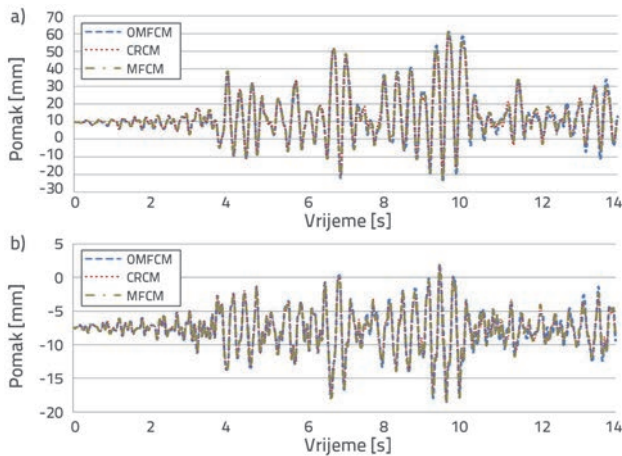
Slika 13. Pomaci krune brane s praznom akumulacijom s graničnim kutom od 5°, 30°: a) horizontalno; b) vertikalno



Slika 14. Pomaci krune brane s praznom akumulacijom: a) horizontalno; b) vertikalno

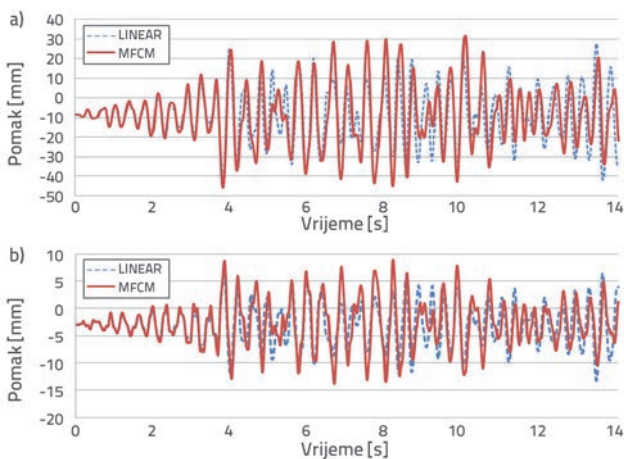


Slika 15. Pomaci krune brane s praznom akumulacijom: a) horizontalno; b) vertikalno

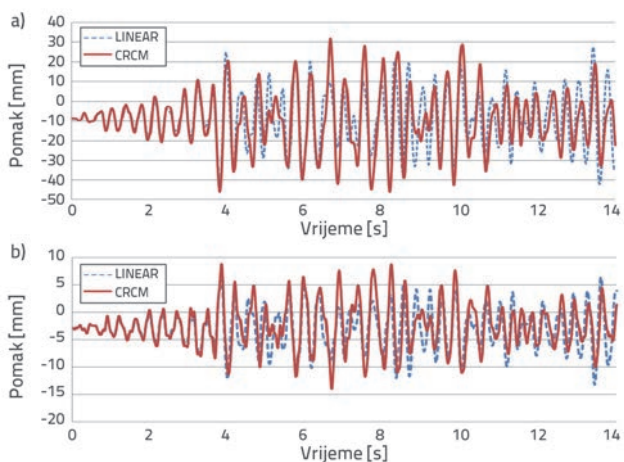


Slika 16. Pomak krune brane s praznom akumulacijom, MFCM model s graničnim kutom od 5°, CRCM i OMFCM: a) horizontalno; b) vertikalno

Pukotine se ne pojavljuju tijekom relativnog slabog podrhtavanja tla. U blizini promjene nagiba na nizvodnom licu



Slika 17. Pomak krune brane s napunjenom akumulacijom, MFCM model s graničnim kutom od 5°: a) horizontalno; b) vertikalno

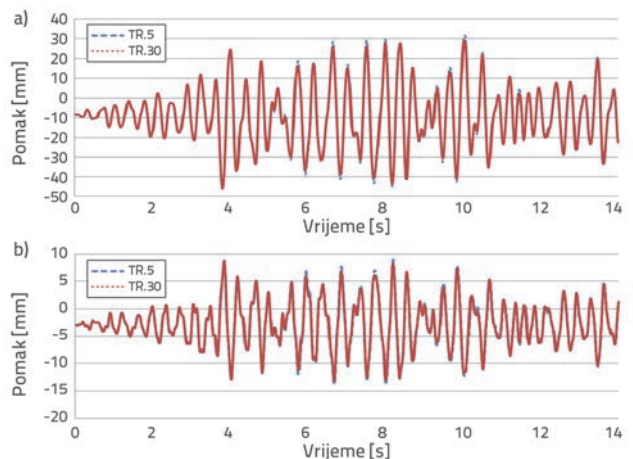


Slika 19. Pomak krune brane s napunjenom akumulacijom (CRCM): a) horizontalno; b) vertikalno

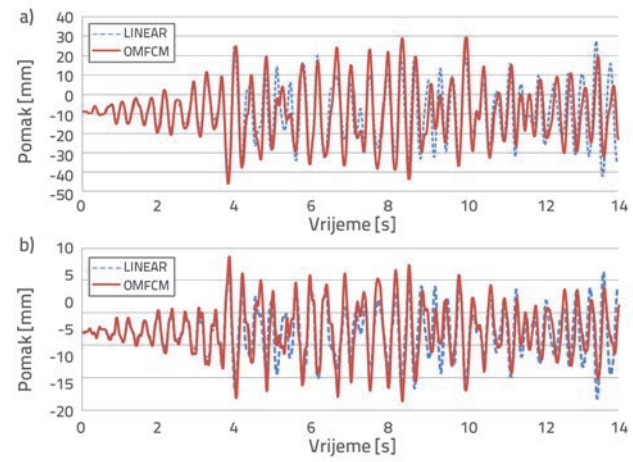
brane, naprezanja dostižu vlačnu čvrstoću betona, a nakon 3,934 sekunde se pojavljuje prva pukotina na brani.

Razlike u amplitudama pomaka dostižu značajne razine (prije svega se to odnosi na intervale između 6 i 8 sekundi, te između 9 i 11 sekundi) u trenutku kada se pukotine šire unutar brane. Slike 10. do 15. prikazuju očito produljenje perioda vibracije za pomake na kruni brane, što potvrđuje da širenje pukotina mijenja period vibracija brane. Nakon pojave pukotina u dijelu brane neposredno ispod krune brane, u modelu pukotine, krana brane se ponaša kao kruti element u gornjem dijelu brane s dominirajućim pomacima. Nelinearne analize su pokazale da je brana ostala stabilna. Odgovori pomaka različitih modela pukotina, uključujući model MFCM, CRCM i OMFCM s graničnim kutom od 5°, prikazani su na slici 16, a rezultati pokazuju da su razlike u njihovim odgovorima zanemarive. Horizontalni i vertikalni pomaci krune brane primjenom različitih modela pukotina u kojima je uzeta u obzir interakcija brana- akumulacija prikazani su na slikama od 17. do 20.

Rezultati pokazuju da se pukotine u brani pojavljuju nakon 1,59 sekundi na peti betonske brane. Razlike između amplituda



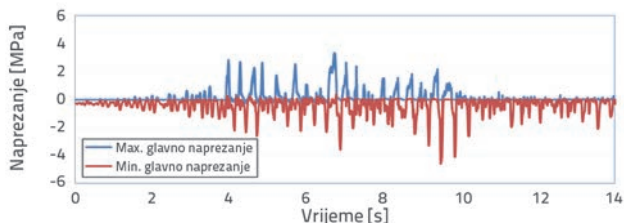
Slika 18. Pomak krune brane s napunjenom akumulacijom, MFCM model s graničnim kutom od 5°, 30°: a) horizontalno; b) vertikalno



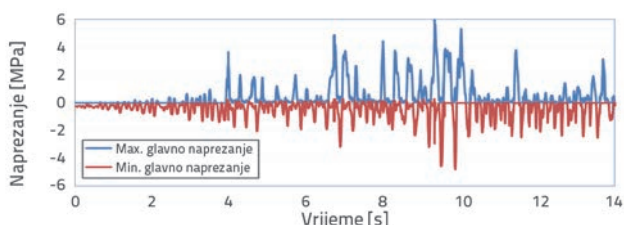
Slika 20. Pomak krune brane s napunjenom akumulacijom (OMFCM): a) horizontalno; b) vertikalno

pomaka su se uslijed širenja pukotina u tijelu brane povećale s intervala od 6 na 10 sekundi. Drugi su rezultati, kao što su promjene perioda vibracija i stabilnost brane, slični onima u slučaju brane s praznom akumulacijom.

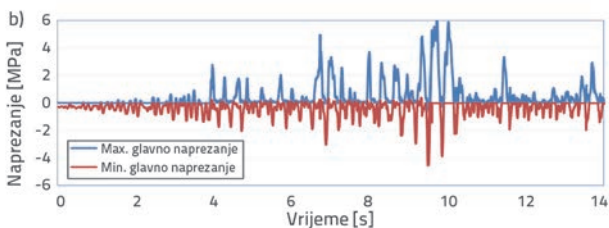
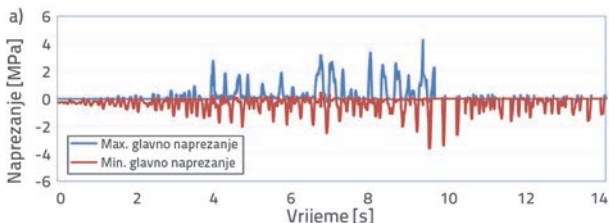
Na slikama 21. do 23. su prikazana maksimalna i minimalna glavna naprezanja u središtu elementa 177 u slučaju brane s praznom akumulacijom, na temelju različitih modela pukotina. Slični rezultati su prikazani na slikama 24. do 26. i slikama 27. do 29. u središtu elemenata 177 i 8, kada je uzet u obzir utjecaj akumulacije.



Slika 21. Glavna naprezanja u elementu 177 u brani s praznom akumulacijom (CRCM)



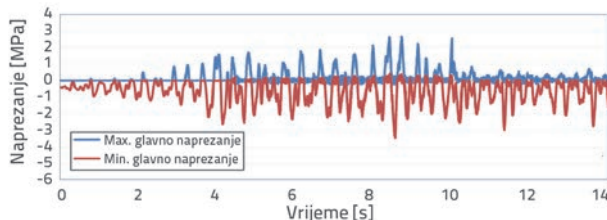
Slika 22. Glavna naprezanja u elementu 177 u brani s praznom akumulacijom (OMFCM)



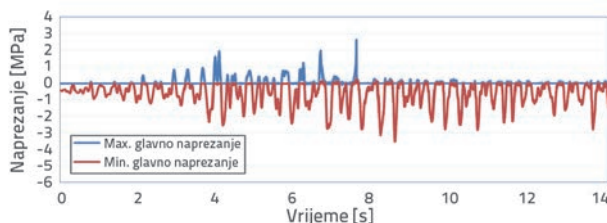
Slika 23. Glavna naprezanja u elementu 177 u brani s praznom akumulacijom, model MFCM s graničnim kutom od: a) 5°; b) 30°

Tablica 4. Broj točki loma u brani s praznom akumulacijom

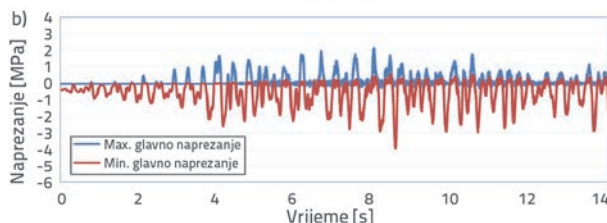
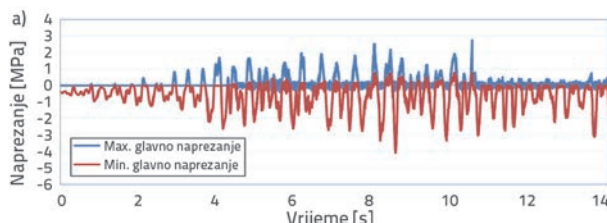
	CRCM model	OMFCM model	MFCM model s graničnim kutom					
			5°	10°	15°	20°	25°	30°
Prva pukotina	267	301	316	295	343	331	323	333
Druga pukotina	-	33	88	42	48	52	52	49
Treća pukotina	-	-	23	2	-	-	-	-
Četvrta pukotina	-	-	6	1	-	-	-	-



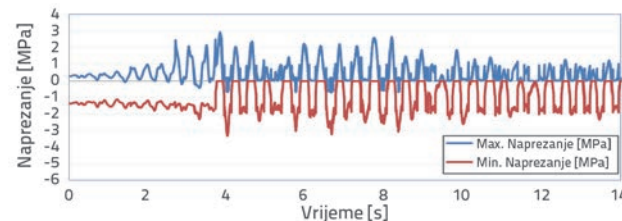
Slika 24. Glavna naprezanja u elementu 177 u brani s napunjenom akumulacijom (OMFCM)



Slika 25. Glavna naprezanja u elementu 177 u brani s napunjenom akumulacijom (CRCM)



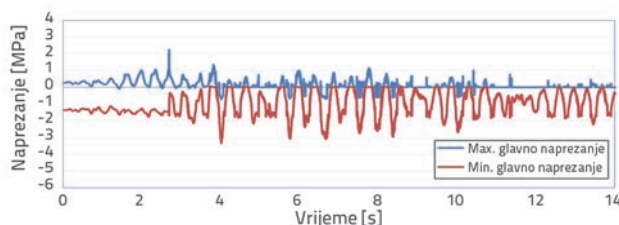
Slika 26. Glavna naprezanja u elementu 177 u brani s napunjenom akumulacijom, MFCM model s graničnim kutom od: a) 5°; b) 30°



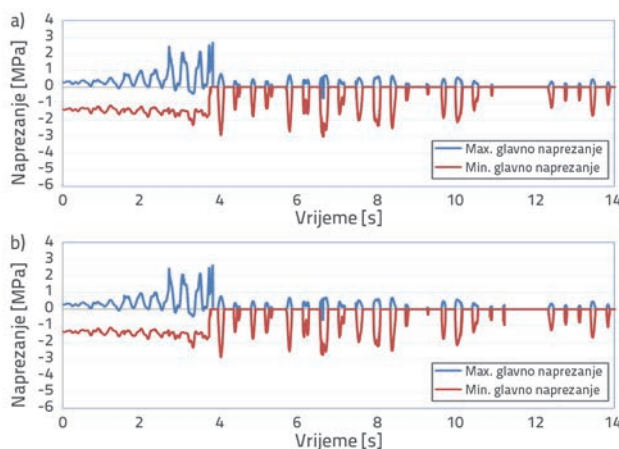
Slika 27. Glavna naprezanja u elementu 8 u brani s napunjenom akumulacijom (OMFCM)

Tablica 5. Broj točki loma u brani s napunjenom akumulacijom

	CRCM model	OMFCM model	MFCM model s graničnim kutom					
			5°	10°	15°	20°	25°	30°
Prva pukotina	208	157	197	184	188	201	153	176
Druga pukotina	-	28	72	56	63	43	34	37
Treća pukotina	-	-	43	28	21	12	7	1
Četvrta pukotina	-	-	19	10	6	-	-	-



Slika 28. Glavna napreznja u elementu 8 u brani s napunjenom akumulacijom (CRCM)



Slika 29. Glavna napreznja u elementu 8 u brani s napunjenom akumulacijom, MFCM model s graničnim kutom od: a) 5°; b) 30°

Kao što je prikazano na slikama od 21. do 29., nakon što vrijednosti maksimalnih glavnih napreznja dosegnu vlačnu čvrstoću betona, pojavljuju se pukotine na Gaussovoj točki, a vrijednosti maksimalnih vlačnih napreznja se smanjuju.

Za sve modele razmazanih pukotina, kada se povećava vrijednost maksimalnog glavnog napreznja, tada se minimalna vrijednost glavnih napreznja smanjuje. Drugim riječima, pukotine u brani utječu na raspodjelu napreznja. Na slici 21. (model CRCM) može se vidjeti da su vrijednosti maksimalnih i minimalnih glavnih napreznja niže nego u drugim modelima. U modelu OMFCM (slika 22.), vrijednosti maksimalnih glavnih napreznja se kvalitativno i kvantitativno razlikuju od vrijednosti u modelu CRCM. Na slici 21. (model CRCM) može se vidjeti da su vrijednosti maksimalnih glavnih napreznja manje nego u drugim modelima.

Na slici 23. model MFCM s graničnim kutom od 30°, u vremenskom interval od 7 sekundi, te u intervalu između 9 i 11

sekundi, vrijednosti maksimalnih glavnih napreznja su veće od vlačne čvrstoće betona, što upućuje na to da se "locking" efekt pojavljuje u vlačnim napreznjima kod većih kutova.

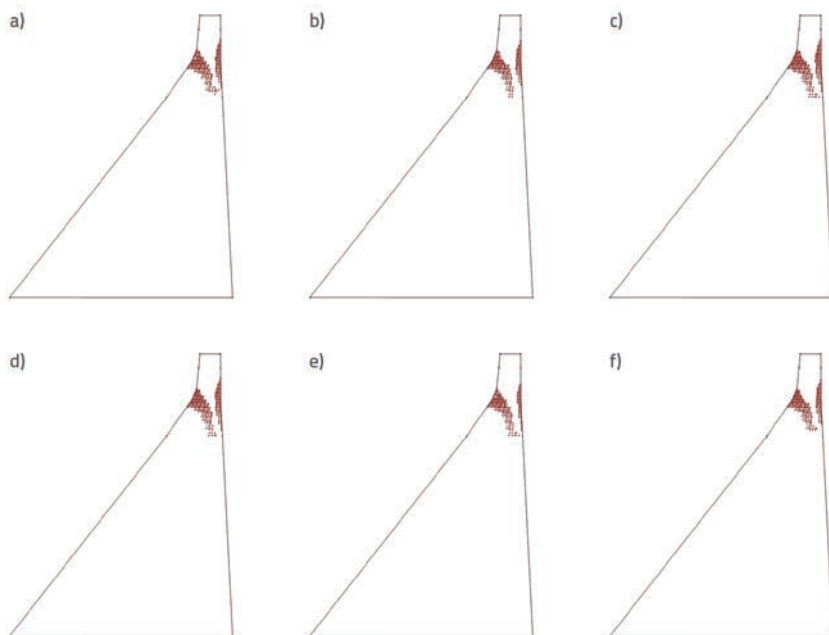
Stoga, zaključeno je da model MFCM s velikim graničnim kutom nije prikladan za nelinearnu analizu brane. Na temelju slika 21. do 23., s obzirom na model CRCM, "locking" efekt kod vlačnih napreznja se pojavljuje u modelu MFCM s graničnim kutom od 30 stupnjeva, i u modelu OMFCM, a vrijednosti napreznja u MFCM modelu s graničnim kutom od 5 stupnjeva su slične kao u CRCM modelu. Nakon pojave pukotina, posmična napreznja uzrokuju zaokret glavnih osi, a kao posljedica toga vrijednosti glavnih vlačnih napreznja rastu preko vlačne čvrstoće betona [35]. S obzirom na to, kada se granični kut povećava, tada se značajno povećavaju i glavna vlačna napreznja, a pojavljuje se i "locking" efekt kod vlačnih napreznja. Stoga bi vrijednost graničnog kuta trebala biti ograničena, kako bi se izbjegao "locking" efekt.

Ekstremne vrijednosti minimalnih glavnih napreznja za modele CRCM, OMFCM i MFCM iznose 4.7, 4.9 i 3.7 MPa.

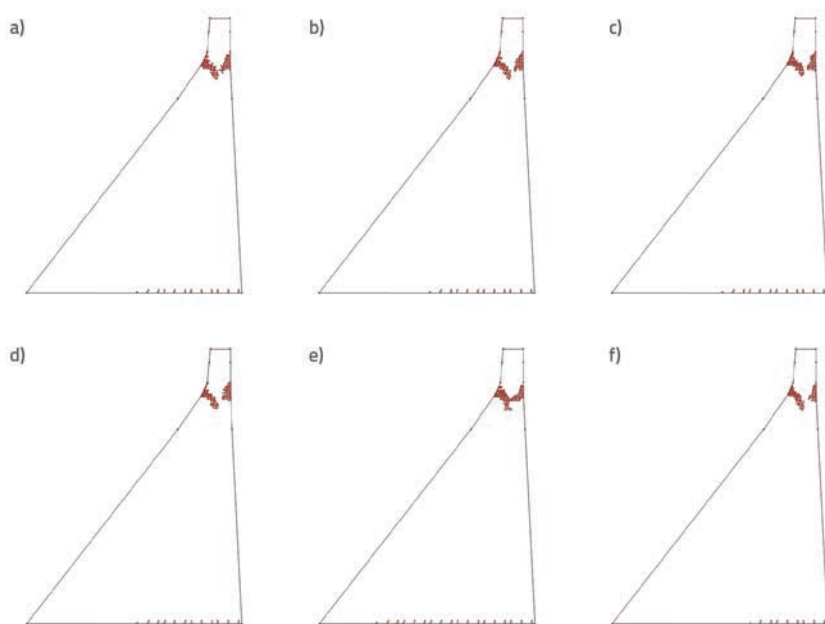
U slučaju brane s napunjenom akumulacijom (slike 24. do 29.), slični rezultati su dobiveni kao i za element 177 u brani s praznom akumulacijom.

Tablice 4. i 5. prikazuju broj točki u kojima su se javile pukotine u svim modelima razmazanih pukotina. Rezultati pokazuju pojavu druge pukotine u modelima OMFCM i MFCM, a u modelu MFCM s graničnim kutovima od 5 i 10 posto, treće i četvrte pukotine mogu se pojaviti u nekim točkama elementa koji su se značajno omekšali. U ovom je istraživanju maksimalni broj točki stvaranja pukotina uočeni u modelu MFCM pri graničnom kutu od 5 stupnjeva. Kod većih kutova, broj točki pucanja se smanjuje, a broj pukotina u Gaussovoj točki se povećava, te se utjecaj tih naknadnih pukotina na rezultat značajno smanjuje.

Na slikama 30. i 31., širenje pukotina u brani je shematski uspoređeno u različitim modelima razmazanih pukotina. Pukotine otvorene u Gaussovoj točki elementa su označene pomoću crvenih točki. Kao što se može vidjeti na slikama, različiti modeli razmazanih pukotina imaju male razlike u uzorcima pukotina. U brani s praznom akumulacijom, pukotina se pojavljuje na promjeni nagiba uzvodnog lica brane, te se širi unutar brane. Kao posljedica toga, zbog nastanka tlačnih napreznja koja su se javila zbog težine gornjeg dijela brane, putanja pukotine ima smjer prema donjem dijelu brane. Istovremeno sa širenjem tih pukotina počinju se širiti i ostale pukotine na uzvodnom licu (slika 30.).



Slika 30. Raspodjela pukotina u brani s praznom akumulacijom bez utjecaja FSI: a) MFCM s graničnim kutom 5°; b) MFCM s graničnim kutom 10°; c) MFCM s graničnim kutom 15°; d) MFCM s graničnim kutom 30°; e) CRCM model; f) OMFCM model



Slika 31. Raspodjela pukotina u brani s napunjenom akumulacijom, s obzirom na utjecaj FSI: a) MFCM s graničnim kutom 5°; b) MFCM s graničnim kutom 10°; c) MFCM s graničnim kutom 15°; d) MFCM s graničnim kutom 30°; e) CRCM model; f) OMFCM model

U slučaju brane s napunjenom akumulacijom, neke pukotine se pojavljuju na peti brane i šire se unutar stope brane. Kao posljedica toga, ostale pukotine također prodiru u tijelo brane na dijelu neposredno ispod krune brane i uzvodnog i nizvodnog lica (slika 31.). Omekšana i potpuno raspucana mjesta se mogu zatvoriti i ponovo otvoriti u različitim intervalima u dinamičkoj

analizi. Brana ostaje stabilna jer se vlačna naprezanja ne mogu pojaviti istovremeno na uzvodnom i nizvodnom licu brane.

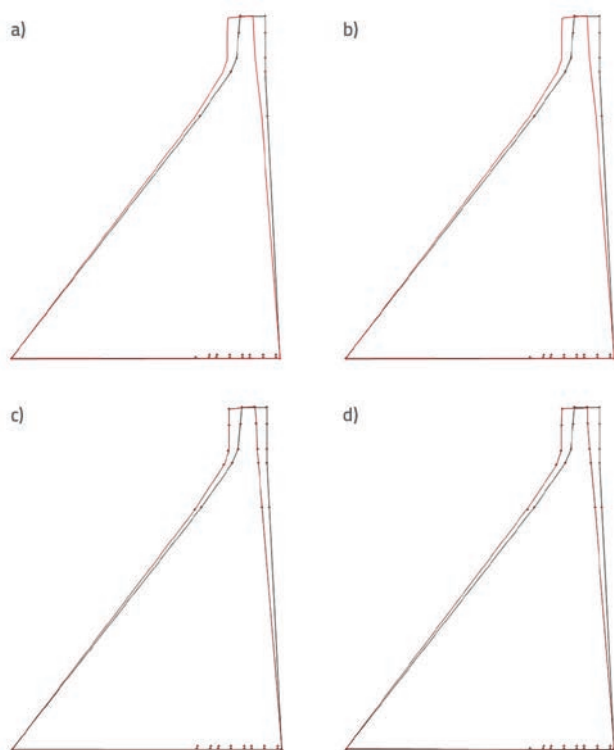
Na slikama 32. i 33. slučaj interakcije brana - akumulacija, raspodjela pukotina i deformirani oblik brane zbog različitih modela razmazanih pukotina prikazani su pri različitim intervalima ($t = 3,802$ i $t = 10,02$ sekunde). Na slikama od 17. do 20. i 32. može se vidjeti da krana brane ima tendenciju da se pomiče nizvodno i stoga se pukotine pojavljuju na peti brane. Nadalje, slike 17. do 20. i slika 33. pokazuju da brana ima ozbiljna oštećenja u gornjem dijelu.

Pukotine koje se pojavljuju na nizvodnom licu brane, blizu krune, otvorene su, pa se gornji dio brane želi odvojiti. Stoga se može zaključiti da područje na kojem se pojavljuju pukotine prati deformirani oblik brane.

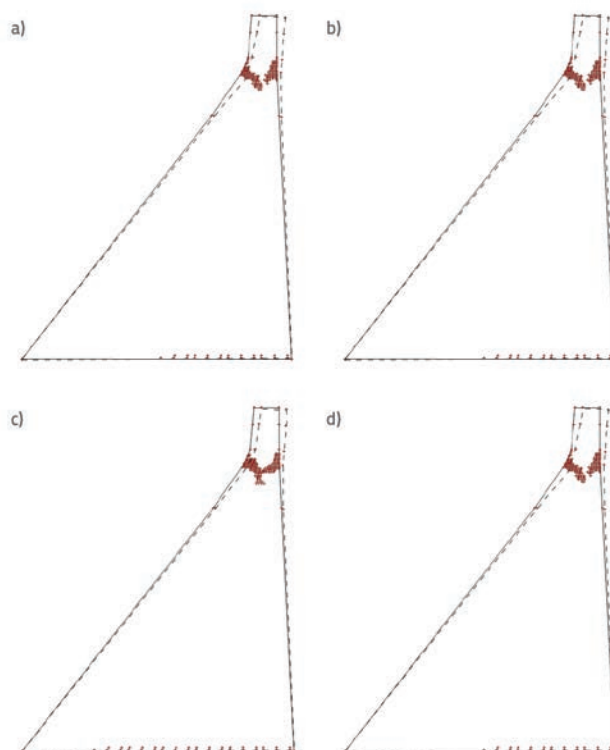
5. Zaključak

Zbog složenog ponašanja raspucanih konstrukcija, poput betonskih brana, u radu su predstavljeni različiti modeli pukotina. Prednosti i nedostatke različitih modela pukotina treba međusobno usporediti kako bi se dobio traženi model pukotine. U ovom je istraživanju prikazan nelinearni seizmički odgovor betonske gravitacijske brane Pine Flat, izložen vertikalnoj i horizontalnoj S69E komponenti potresa Taft Lincoln. Interakcija brane i akumulacije je modelirana primjenom metode konačnih elemenata i Lagrangeovog pristupa. Nelinearno ponašanje betona je modelirano primjenom nelinearne mehanike loma na temelju koncepta razmazanih pukotina. Odabrana su tri modela razmazanih za omekšanje betona te su uspješno iskorištena za proučavanje seizmičkog odgovora brane s Bosakovim algoritmom vremenske integracije. Bez obzira na poprilično velik broj pukotina u tijelu brane, nije zapažena dinamička nestabilnost brane. Glavni zaključci analize su sljedeći:

- Odgovor krune brane u nelinearnoj analizi je različit od odgovora u linearnoj analizi. Te razlike se događaju zbog promjene svojstava materijala nakon raspucavanja.



Slika 32. Raspodjela pukotina u brani s obzirom na utjecaj FSI ($t = 3,802$ s): a) MFCM s graničnim kutom 5°; b) MFCM s graničnim kutom 30°; c) CRCM model; d) OMFCM model



Slika 33. Raspodjela pukotina u brani s obzirom na utjecaj FSI ($t = 10,02$ s): a) MFCM s graničnim kutom 5°; b) MFCM s graničnim kutom 30°; c) CRCM model; d) OMFCM model

- U sva tri ispitana modela pukotina zabilježeno je sljedeće: kada se povećavaju vrijednosti maksimalnih glavnih naprezanja, smanjuje se minimalna vrijednost glavnih naprezanja.
- U modelu MFCM, povećanjem posmičnog naprezanja u Gaussovoj točki elementa, povećava se glavno vlačno naprezanje. Stoga je utjecaj *locking* efekta vlačnog naprezanja nerealno izazvan povećanjem graničnog kuta.
- Model MFCM s većim graničnim kutom nije prikladan za proračun naprezanja u tijelu brane.
- S obzirom na dobivene rezultate, model CRCM realnije prikazuje nelinearno ponašanje betonske brane jer je logičnija i točnija procjena stanja naprezanja zbog širenja pukotina.
- Različiti modeli pukotina imaju manje razlike u širenju pukotina tijekom potresa, dok je konačni uzorak pukotine u sva tri modela sličan.
- Izbor Bosakovog algoritma vremenske integracije se temelji na njegovoj sposobnosti da smanji šum visoke frekvencije koji nastaje međusobnim udarom površina pukotina uslijed njihova otvaranja i zatvaranja.

LITERATURA

- [1] Bettess, P., Zienkiewicz, O.C.: Coupled hydro-dynamic response of concrete gravity dam using finite and infinite elements, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 6 (1978), pp. 363-383, <https://doi.org/10.1002/eqe.4290060404>
- [2] El-Aidi, B., Hall, J.F.: Nonlinear earthquake response of concrete gravity dams, part 1: modeling, *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 18 (1989), pp. 837-851, <https://doi.org/10.1002/eqe.4290180607>
- [3] El-Aidi, B., Hall, J.F.: Nonlinear earthquake response of concrete gravity dams, part 2: Behavior, *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 18 (1989), pp. 853-865, <https://doi.org/10.1002/eqe.4290180608>
- [4] Navayi Neya, B.: Mathematical modelling of concrete gravity dams under earthquake loading considering construction joints, Ph.D thesis, Moscow Power Engineering Institute, 1998.
- [5] Kalani Sarokolayi, L., Navayi Neya, B., Vaseghi Amiri, J.: Nonlinear dynamic analysis of concrete gravity dams considering rotational component of ground motion, *Int. j. of civil engineering*, 13 (2015), pp.16-29.
- [6] Bhattacharjee, S.S., Leger, P.: Seismic cracking and energy dissipation in concrete gravity dams, *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 22 (1993), pp. 991-1007, <https://doi.org/10.1002/eqe.4290221106>
- [7] Bhattacharjee, S.S., Leger, P.: Application of NLFM Models to Predict Cracking in Concrete Gravity Dams, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 120 (1994), pp. 1255-1271, [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(1994\)120:4\(1255\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(1994)120:4(1255))
- [8] Ayari, M.L.: Static and dynamic fracture mechanics of concrete gravity dams, PhD thesis, Department of Civil, Environmental and Architectural Engineering, University of Colorado, Boulder, Colo, 1988.

- [9] Ahmadi, M.T., Razavi, S.: A three dimensional joint opening analysis of an arch dam, *Comput. Struct.*, 44 (1992), pp. 187-192, [https://doi.org/10.1016/0045-7949\(92\)90237-T](https://doi.org/10.1016/0045-7949(92)90237-T)
- [10] Ahmadi, M.T., Izadina, M., Bachmann, H.: A discrete crack joint model for nonlinear dynamic analysis of concrete arch dam, *Comput. Struct.*, 79 (2001), pp. 403-420, [https://doi.org/10.1016/S0045-7949\(00\)00148-6](https://doi.org/10.1016/S0045-7949(00)00148-6)
- [11] Lotfi, V., Espandar, R.: Seismic analysis of concrete arch dams by combined discrete crack and non-orthogonal smeared crack technique, *Eng. Struct.*, 26 (2004), pp. 27-37, <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2003.08.007>
- [12] Gharib, F., Tinawi, R.: An application of damage mechanics for seismic analysis of concrete gravity dam, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 24 (1995), pp. 157-173, <https://doi.org/10.1002/eqe.4290240203>
- [13] Gunn, R.M.: Nonlinear design and safety analysis of arch dams using damage mechanics, part 1: formulation, *Hydropowers and dams*, 2 (2001), pp. 64-74.
- [14] Valliappan, S., Yazdchi, M., Khalili, N.: Earthquake analysis of gravity dams based on damage mechanics concept, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 20 (1996), pp. 725-751, [https://doi.org/10.1002/\(SICI\)1096-9853\(199610\)20:10<725::AID-NAG843>3.0.CO;2-X](https://doi.org/10.1002/(SICI)1096-9853(199610)20:10<725::AID-NAG843>3.0.CO;2-X)
- [15] Sumarac, D., Sekulovic, M., Krajcinovic, D.: Fracture of reinforced concrete beams subjected to three point bending, *Int. J. Damage Mech.*, 12 (2003), pp. 31-44, <https://doi.org/10.1177/1056789503012001002>
- [16] Labadi, Y., Hannachi, N.E.: Numerical simulation of brittle damage in concrete specimens, *Strength Materials*, 37 (2005), pp. 268-281, <https://doi.org/10.1007/s11223-005-0039-5>
- [17] Contrafatto, L., Cuomo, M.: A framework of elastic-plastic damaging model for concrete under multiaxial stress states, *Int. J. Plast.*, 22 (2006), pp. 2272-2300, <https://doi.org/10.1016/j.ijplas.2006.03.011>
- [18] Grassl, P., Jirasek, M.: Damage-plastic model for concrete failure, *Int. J. Solids Struct.*, 43 (2006), pp. 7166-7196, <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2006.06.032>
- [19] Khan, A.R., Al-Gadhib, A.H., Baluch, M.H.: Elasto-damage model for high strength concrete subjected to multiaxial loading, *Int. J. Damage Mech.*, 16 (2007), pp. 361-398, <https://doi.org/10.1177/10567895060605914>
- [20] Mirzabozorg, H., Ghaemian, M., Kianoush, M.R.: Damage mechanics approach in seismic analysis of concrete gravity dams including dam-reservoir interaction, *Eur. Earthquake Eng.*, 18 (2004), pp. 17-24.
- [21] Ardakanian, R., Ghaemian, M., Mirzabozorg, H.: Nonlinear behavior of mass concrete in 3-D problems using damage mechanics approach, *Eur. Earthquake Eng.*, 2 (2006), pp. 65-89.
- [22] Rashid, Y.R.: Analysis of prestressed concrete pressure vessels, *Nuclear Engineering and Design*, 7 (1968), pp. 334-344, [https://doi.org/10.1016/0029-5493\(68\)90066-6](https://doi.org/10.1016/0029-5493(68)90066-6)
- [23] Bazant, Z.P., Oh, B.H.: Crack band theory for fracture of concrete. *Materiaux et Constructions (Materials and Structures)*, 6 (1983), pp. 155-177, <https://doi.org/10.1007/BF02486267>
- [24] Bazant, Z.P.: Mechanics of distributed crackings, *ASME, Applied Mechanics Reviews*, 39 (1986), pp. 675-705, <https://doi.org/10.1115/1.314372>
- [25] Calayir, Y., Karaton, M.: Seismic Fracture Analysis of Concrete Gravity Dams including Dam-Reservoir Interaction, *Computers and Structures*, 83 (2005), pp. 1595-1606, <https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2005.02.003>
- [26] de Borst, R., Nauta, P.: Non-orthogonal cracks in a smeared finite element model, *Engineering Computations*, 2 (1985), pp. 35-46, <https://doi.org/10.1108/eb023599>
- [27] Rots, J.G., de Borst, R.: Analysis of mixed-mode fracture in concrete, *J. Engineering Mech. (ASCE)*, 113 (1987), pp. 1739-1758, [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(1987\)113:11\(1739\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(1987)113:11(1739))
- [28] Gupta, A.K., Akbar, H.: Cracking in reinforced concrete analysis, *J. Struct. Engrg., ASCE*, 110 (1984), pp. 1735-1746, [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(1984\)110:8\(1735\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(1984)110:8(1735))
- [29] Rots, J.G.: Smeared and discrete representations of localized fracture, *Int. J. Fracture*, 51 (1991), pp. 45-59, <https://doi.org/10.1007/BF00020852>
- [30] Bazant, Z.P., Lin, F.B.: Nonlocal smeared cracking model for concrete fracture, *J. Struct. Engrg., ASCE*, 114 (1988), pp. 2493-2510, [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(1988\)114:11\(2493\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(1988)114:11(2493))
- [31] Ghaemian, M., Ghobarah, A.: Nonlinear Seismic Response of Concrete Gravity Dams with Dam-Reservoir Interaction, *Journal of Engineering Structures*, 21 (1999), pp. 306-315, [https://doi.org/10.1016/S0141-0296\(97\)00208-3](https://doi.org/10.1016/S0141-0296(97)00208-3)
- [32] Ahmadi, M.T., Vaseghi Amiri J.: A new constitute model for nonlinear fracture analysis of concrete gravity dams including earthquake, *International Journal of Engineering Science*, 9 (1998), pp. 23-42. (In Persian).
- [33] Weihe, S., Kroplin, B., de Borst, R.: Classification of smeared crack models based on material and structural properties, *Int. J. Solids Struct.*, 35 (1998), pp. 1289-1308, [https://doi.org/10.1016/S0020-7683\(97\)00104-2](https://doi.org/10.1016/S0020-7683(97)00104-2)
- [34] Mosler, J., Meschke, G.: Embedded crack vs. smeared crack models: A comparison of elementwise discontinuous crack path approaches with emphasis on mesh bias, *Comput. Methods Applied Mech. Eng.*, 193 (2004), pp. 3351-3375, <https://doi.org/10.1016/j.cma.2003.09.022>
- [35] Cai, Q.: Finite element modeling of Cracking in gravity dams, PhD thesis, university of Pretoria, 2007.
- [36] Espandar, R., Lotfi, V., Razaqpur, G.: Influence of effective parameters of non-orthogonal smeared crack approach in seismic response of concrete arch dams, *Canadian Journal of Civil Engineering*, 30 (2003), pp. 890-901, <https://doi.org/10.1139/l03-052>
- [37] Mirzabozorg, H., Ghaemian, M.: Nonlinear behavior of mass concrete in three-dimensional problems using smeared crack approach, *Earthquake Eng. Struct. Dyn.*, 34 (2005), pp. 247-269, <https://doi.org/10.1002/eqe.423>
- [38] Mirzabozorg, H., Khaloo, A.R., Ghaemian, M., Jalalzadeh, B.: Non-uniform cracking in smeared crack approach for seismic analysis of concrete dams in 3D space, *Int. J. Earthquake Eng. Seism.*, 2 (2007), pp. 48-57.
- [39] Mirzabozorg, H., Kianoush, M.R., Varmazyari M.: Nonlinear behavior of concrete gravity dams and effect of input spatially variation, *Struct. Eng. Mech.*, 35 (2010), pp. 365-379, <https://doi.org/10.12989/sem.2010.35.3.365>
- [40] Guanglun, W., Pekau, O.A., Chuhan, Z., Shaomin, W.: Seismic Fracture Analysis of Concrete Gravity Dams based on Nonlinear Fracture Mechanics, *Engineering Fracture Mechanics*, 65 (2000), pp. 67-87, [https://doi.org/10.1016/S0013-7944\(99\)00104-6](https://doi.org/10.1016/S0013-7944(99)00104-6)
- [41] Chopra, A.K.: Earthquake behavior of reservoir-dam systems, *Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE*, No. EM6, 94 (1968), pp. 1475-1500.