

Primljen / Received: 3.11.2015.

Ispravljen / Corrected: 12.4.2016.

Prihvaćen / Accepted: 29.6.2016.

Dostupno online / Available online: 10.5.2017.

Identifikacija parametara treperenja testovima prisilnih vibracija

Autori:



Doc.dr.sc. **Anina Šarkić Glumac**, dipl.ing.građ.
Sveučilište u Beogradu
Građevinski fakultet
sarkicanina@gmail.com



Prof.dr.sc. **Rüdiger Höffer**, dipl.ing.građ.
Sveučilište Ruhr u Bochumu
Laboratorij za aerodinamiku zgrada
ruediger.hoeffler@ruhr-uni-bochum.de



Prof.dr.sc. **Stanko Brčić**, dipl.ing.građ.
Sveučilište u Beogradu
Građevinski fakultet
stanko.brcic@gmail.com

Izvorni znanstveni rad

Anina Šarkić Glumac, Rüdiger Höffer, Stanko Brčić

Identifikacija parametara treperenja testovima prisilnih vibracija

U radu su prikazani rezultati eksperimentalnog istraživanja vezanoga za pojavu treperenja. Promatrana su dva poprečna presjeka: pravokutan i tipičan simetričan poprečni presjek mosta. Posebno su određeni ustaljeni koeficijenti kao i neustaljeni parametri treperenja primjenom testova prisilnih vibracija. U radu je detaljno prikazana postupak identifikacije. Uz to, na središnjem poprečnom presjeku mosta provedena su mjerenja tlakova. Na osnovi raspodjele tlakova analizirane su glavne sheme obstrujavanja vjetra.

Ključne riječi:

aeroelastičnost, treperenje, parametri treperenja, test prisilnih vibracija, pravokutni poprečni presjek, poprečni presjek mosta

Original scientific paper

Anina Šarkić Glumac, Rüdiger Höffer, Stanko Brčić

Identification of flutter derivatives by forced vibration tests

Results of an experimental study related to flutter phenomenon are presented in the paper. Two cross-sections are considered: a rectangular cross-section and a typical symmetric bridge cross-section. Stationary coefficients and instationary flutter derivatives are determined by means of forced vibration tests. The identification technique is presented in detail. Pressure measurements at the centre of the bridge cross-section are also performed. Main wind flow patterns are analysed based on pressure distribution data.

Key words:

aeroelasticity, flutter, flutter derivatives, forced vibration test, rectangular cross-section, bridge cross-section

Wissenschaftlicher Originalbeitrag

Anina Šarkić Glumac, Rüdiger Höffer, Stanko Brčić

Identifizierung von Flutterparametern durch Schwingungsversuche

In dieser Arbeit werden Versuchsergebnisse aus Untersuchungen zum Auftreten des Flutterphänomens dargestellt. Es werden zwei Querschnitte betrachtet: ein rechteckiger und ein typischer symmetrischer Brückenquerschnitt. Insbesondere wurden stabile Koeffizienten sowie labile Flutterparameter durch Schwingungsversuche ermittelt. Das Identifizierungsverfahren wird in der Arbeit detailliert dargestellt. Ebenso wurden am mittleren Brückenquerschnitt Druckmessungen durchgeführt. Basierend auf der Druckverteilung wurden die Hauptausrichtungen der Windströmungen analysiert.

Schlüsselwörter:

Aeroelastizität, Flattern, Flutterparameter, Schwingungsversuche, rechteckiger Querschnitt, Brückenquerschnitt

1. Uvod

Vjetrom prouzročene nesreće vezane za viseće mostove bilježene su još od početka 19.-og stoljeća. Ipak, svi su ti slomovi jednostavno bili klasicirani kao "neuspjesi zbog vjetra" [1]. Radi uspješne realizacije tih izazovnih konstrukcija morale su biti prepoznate određene karakteristike vjetra. To se nije desilo sve do zloglasnoga rušenja visećeg mosta preko Tacoma Narrows 1940. u SAD [2, 3], kada su dinamički učinci opterećenja vjetrom postali prepoznatljivi i počeli dobivati važnost. Interesantno je da je taj most statički projektiran tako da izdrži velike brzine vjetra, ali se srušio pri razmjerno maloj brzini od 19 m/s. Posebno, do tada nisu razmatrana dva ključna pitanja:

- dinamička priroda vjetra i njegovo međudjelovanje s dinamikom fleksibilnih konstrukcija;
- uz to postojanje nekih oblika aeroelastičnog ponašanja koja mogu radikalno izmijeniti način pobude oscilacija [1].

Ova međudjelovanja, koja uključuju oscilarujuću konstrukciju zajedno s fluidom koji je okružuje, mogu dovesti do različitih aeroelastičnih pojava, među kojima je i treperenje. Istraživanja koja su proizašla iz toga neočekivanog događaja početak su velike znanstvene discipline u kojoj su se teorije i postupci aerodinamike razvijani za rješavanje nestabilnosti pri treperenju krila letjelica počele primjenjivati i u građevinarstvu [4]. Tako je matematička formulacija treperenja mostova uvedena 1971. godine u radu Scanlana and Tomka [5]. To je do danas postala jedna od najraširenijih formulacija za analizu treperenja mostova. O frekvenciji ovisni aeroelastični koeficijenti, nazvani parametrima treperenja, uvedeni su za određivanje aeroelastičnoga opterećenja. Uz to, standardni postupak identifikacije ovih neustaljenih koeficijenata definiran je s pomoću pokusa u zračnom tunelu. Kao posljedica, time se poboljšao razvoj eksperimentalnih postupaka za mjerenje ovih koeficijenata.

Cilj je ovoga rada prikaz eksperimentalnoga istraživanja koje se odnosi na određivanje Scanlanovoga sustava linearnih jednadžbi, glavnih ulaznih parametara za analizu treperenja za dva različita poprečna presjeka: pravokutnog i tipičnoga simetričnog poprečnog presjeka mosta. Uz to, dan je i pregled eksperimentalnih pristupa, kao i detaljan algoritam identifikacije parametara treperenja. Pored testova s balansom sila, prikazana su i mjerenja tlakova, uključujući rasporede tlakova oko ispitivanoga poprečnog presjeka.

1.1. Treperenje

Treperenje je dinamička nestabilnost u kojoj energija uzeta iz strujanja vjetra povećava energiju osciliranja mosta. Ono može dovesti do snažnih oscilacija, a time i do sloma konstrukcije. Klasično je treperenje aeroelastična pojava koja predstavlja nestabilnost više stupnjeva slobode, ali ponajčešće dva vlastita oblika: vertikalna translacija i rotacija sprežu se u nestabilnu oscilaciju na koju utječe obstrujavanje vjetra. Tipični su poprečni presjeci podložni takvoj nestabilnosti aeroprofilu i mostovi

aerodinamičnoga presjeka. Gibanje je određeno silama vjetra koje tijekom jednoga ciklusa osciliranja dodaju energiju u sistem. Ta je razmjena energije vođena razlikom u fazi između vertikalnih i torzijskih oscilacija [6] i suprotstavlja se energiji koja se troši u prigušenju konstrukcije. Naime, kao što je prikazano u [7], pri niskim brzinama vjetra konstrukcija obično oslobađa energiju prema zračnoj struji tako da ukupno prigušenje (konstrukcijsko i aerodinamično) raste. Nakon dostizanja određene brzine vjetra razmjena energije mijenja smer, tako da vibrirajuća konstrukcija počinje dobivati energiju od vjetra. Kad aerodinamička sila postane jednaka disipativnoj sili, dostiže se kritični uvjet. U tom slučaju oscilacije konstrukcije su određene nultim ukupnim prigušenjem. S povećanjem energije vjetra, vertikalna i torzijska gibanja teže razilaženju (negativno ukupno prigušenje). Uz utjecaj na ukupno prigušenje, ta razmjena energije utječe i na frekvenciju. Posebice, pri povećanju brzine vjetra torzijska frekvencija teži smanjenju, dok se frekvencija savijanja ne mijenja. Neposredno prije treperenja frekvencija savijanja naglo se povećava, dosižući istu vrijednost koju ima i torzijska frekvencija. Može se reći i da torzijska frekvencija odjednom postaje dominantna u spektru savijanja [7]. Slična opažanja vezana za viseći most u Izmitu prikazana su u [8]. U tom trenutku konstrukcija vibrira s jednakim frekvencijama savijanja i torzije, ali je još uvek stabilna. S malim povećanjem brzine vjetra počinje treperenje [9].

Odvajanje vrtloga nije nužno za nastanak treperenja, što uz činjenicu da se ova pojava javlja pri brzini vjetra iznad kritične brzine nastale zbog odvajanja vrtloga, jasno razdvaja treperenje i rezonantne probleme [10]. Na kritično stanje, nastalo zbog treperenja, može se utjecati djelovanjem na geometriju presjeka, a također na prigušenje i povećavanjem odnosa između vlastitih frekvencija. Nestabilnost zbog treperenja posebno je osjetljiva na razdvajanje vlastitih frekvencija. Naime, kritična se brzina vjetra zbog treperenja povećava povećanjem odnosa između frekvencija (torzijske prema savojnoj) [11]. Treba spomenuti poseban slučaj kada je torzijska frekvencija jednaka savojnoj ili niža od nje. U tom slučaju treperenje koje uključuje dva stupnja slobode nije moguće. To je pokazao Richardson, vodeći k patentu "flutter free" s primjenom na viseće mostove s poprečnim presjekom koji sastavljenom od dvije ćelije [12]. Istraživanja vezana za ovo inovativno rješenje prikazana su u [13, 14], no treba imati na umu da pri analizi ovakve konstrukcije, koja ima torzijsku frekvenciju manju od odgovarajuće frekvencije savijanja, treba provjeriti da torzijska divergencija [7] i osciliranje zbog odvajanja vrtloga [8] ne ugroze konstrukciju.

Metoda u kojoj su aerodinamički parametri – parametri treperenja primijenjeni za definiranje linearnog aeroelastičnog podsistema prikazana je u [5]. Parametri treperenja se obično određuju eksperimentima i primjenjuju se za procjenu sila vjetra nastalih zbog gibanja konstrukcije (nazivaju se i aeroelastičnim ili samopobuđujućim silama). S tim u vezi, aeroelastični uzgon i moment po jedinici duljine mosta mogu se izraziti u proširenom modelu sila [15] pomoću diferencijalnih relacija

$$L_{ae} = \frac{1}{2} \rho U^2 B \left[KH_1^* \frac{\dot{z}}{U} + KH_2^* \frac{B\dot{\alpha}}{U} + K^2 H_3^* \alpha + K^2 H_4^* \frac{z}{B} \right] \quad (1)$$

$$M_{ae} = \frac{1}{2} \rho U^2 B^2 \left[KA_1^* \frac{\dot{z}}{U} + KA_2^* \frac{B\dot{\alpha}}{U} + K^2 A_3^* \alpha + K^2 A_4^* \frac{z}{B} \right] \quad (2)$$

U tim su relacijama ρ je gustoća zraka, U neporemećena ili srednja brzina vetra, B širina poprečnoga preseka, $K = B\omega/U$ reducirana frekvencija, a H_i^* , A_i^* ($i = 1..4$) parametri treperenja. Obično se skup parametara treperenja određuje za određeni poprečni presjek mosta. Svaki je parametar bezdimenzionalna funkcija reducirane frekvencije ili reducirane brzine $U_{red} = U/Bf$ koja se češće rabi. Osim toga klasičnog pristupa u frekvencijskom području postoji i pristup u vremenskom području.

Poprečni presjeci koji nemaju aerodinamičan oblik podložni su jakom odvajanju struje vjetra, što izaziva nestabilnost koja je izražena jednim stupnjem slobode i predstavlja torzijsko treperenje. Težnja te nestabilnosti može se uočiti po obliku parametra A_2^* , koji ima fizičko značenje aerodinamičkoga prigušenja u slučaju rotacije.

1.1.1. Model treperenja mostova

Prvi opis sila vjetra nastalih zbog gibanja ravne ploče objavljen je u [16]. Rješenje je izvedeno u zatvorenom analitičkom obliku s pomoću potencijalne teorije. Ipak, za tipičan se poprečni presjek mosta ne mogu izvesti teorijske funkcije koje prikazuju te nestacionarne sile. Formulacija analogna formulaciji uvedenoj u [16] prihvaćena je u smislu o frekvenciji ovisnih parametara (jed. (1) i (2)).

Aeroelastični model sila opisan jednadžbama (1) i (2) temelji se na dvjema pretpostavkama. Prva je da se samopobuđujuća sila uzgona i momenta mogu opisati linearnom funkcijom pomaka konstrukcije z i njezine rotacije α i njihovih prvih i drugih derivacija \dot{z} , $\dot{\alpha}$, \ddot{z} , $\ddot{\alpha}$, kao što je prikazano u [17]:

$$F = F(z, \alpha, \dot{z}, \dot{\alpha}, \ddot{z}, \ddot{\alpha}) = P_z z + P_\alpha \alpha + P_{\dot{z}} \dot{z} + P_{\dot{\alpha}} \dot{\alpha} + P_{\ddot{z}} \ddot{z} + P_{\ddot{\alpha}} \ddot{\alpha} \quad (3)$$

gdje je F ili samopobuđujuća (aeroelastična) sila uzgona L_{ae} ili samopobuđujući moment M_{ae} , dok su P_i ($i=z, \alpha$) aeroelastični parametri sile. Valjanost te pretpostavke vezana je za ograničene amplitude oscilacija pri nastanku treperenja [16]. Druga je pretpostavka za vezana postojanje harmonijskoga gibanja s jedinstvenom frekvencijom pri nastanku treperenja, tako da se pomaci i njihove prve i druge derivacije mogu izraziti kao

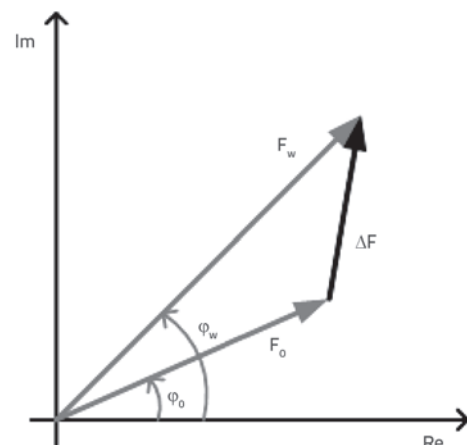
$$x = \hat{x} e^{i\omega t}, \dot{x} = \hat{x} i\omega e^{i\omega t}, \ddot{x} = -\hat{x} \omega^2 e^{i\omega t} \quad (4)$$

gdje je \hat{x} amplituda pomaka ($x = z, \alpha$), a ω kružna frekvencija gibanja. Može se uočiti da se članovi koji se odnose na pomake i ubrzanja mogu kombinirati u skladu s izrazima (3) i (4). To je u skladu s prikazom u jednadžbama (1) i (2) i dopušta interpretaciju

parametara treperenja kao dijelova samopobuđujućih sila. Naime, ove sile se u dinamici konstrukcija vide kao aeroelastično prigušenje, pomoću parametara H_1^* , H_2^* , A_1^* , A_2^* i spregnute aeroelastične krutosti i masa, pomoću parametara H_3^* , H_4^* , A_3^* , A_4^* . Važnu temu predstavlja valjanost tog linearnog modela samopobuđujućih sila. Jedan je od važnih učinaka ovisnost parametara treperenja o amplitudi gibanja [18]. Osim prikazane konvencije za parametara treperenja, postoje i druge, opisane u [19, 20].

1.1.2. Identifikacija parametara treperenja

Parametri treperenja obično se određuju eksperimentalno u zračnom tunelu za pojedinačne geometrije mosta. Za to se primjenjuju dvije glavne eksperimentalne strategije: metoda prisilnih vibracija i metoda slobodnih vibracija. U pokusu sa slobodnim vibracijama model poprečnoga preseka mosta elastično je oslonjen pomoću opruga i, možda, prigušivača koji su postavljeni u zračnom tunelu. Neki primjeri postupaka identifikacije parametara treperenja mogu se naći u [21-23]. U testovima prisilnih vibracija nužna je uporaba motora i kinematičkoga mehanizma koji pokreću model harmonijski u svojim stupnjevima slobode. Samopobuđujuće sile mogu se dobiti neposredno iz mjerenja sila ili tlakova. Primjeri identifikacije parametara treperenja u slučaju neaerodinamičnih presjeka (pravokutne prizme) merenjem tlakova mogu se naći u [24, 25].



Slika 1. Određivanje aeroelastičnih sila u kompleksnoj ravnini [26]

U ovom je istraživanju primijenjena metoda prisilnih vibracija s definiranim harmonijskim gibanjima, sile su mjerene pomoću balansa sila. U ovoj je metodi određivanja najvažnije odvajanje slabih signala nastalih zbog aeroelastičnih sila koje djeluju na model poprečnoga presjeka mosta od jakih signala koji nastaju zbog inercijskih sila samoga modela. Stoga se primjenjuju dva skupa mjerenja. Prvo je referentno mjerenje s prisilnim vibracijama bez strujanja zraka radi određivanja inercijalnih sila. Nakon toga slijedi ponavljanje mjerenja zbog strujanja vetra, kojim se zajedno mjere inercijske i aeroelastične sile. Nužno je

u oba slučaja zadati identične frekvencije osciliranja i amplitude. Kako je zadano prisilno gibanje harmonijsko, pretpostavlja se da su i mjerene sile harmonijske. Na taj se način mjerene sile u slučaju bez strujanja zraka F_0 i zbog strujanja zraka F_w mogu izraziti kao

$$F_0 = \hat{F}_0 e^{i(\omega t + \varphi_0)}, F_w = \hat{F}_w e^{i(\omega t + \varphi_w)} \quad (5)$$

gdje su \hat{F}_0 i \hat{F}_w amplitude sila, a φ_0 i φ_w fazni pomaci u odnosu na primijenjeno gibanje izraženo u (4), vezano za mjerenja bez strujanja zraka i zbog njegova strujanja (slika 1.). Aeroelastične sile dobivaju se izračunavanjem razlike između spomenuta dva skupa mjerenja, prema [27] i slici 1., kao

$$\Delta F = F_w - F_0 \quad (6)$$

Može se pokazati, kao što je opisano u prilogu, da se parametri treperenja vezani za vertikalna gibanja mogu dobiti iz

$$\frac{1}{2} \rho K^2 U^2 \hat{z} [H_4^*(K) + iH_1^*(K)] = \Delta L_{ae}^z(K) \quad (7)$$

$$\frac{1}{2} \rho K^2 U^2 B \hat{z} [A_4^*(K) + iA_1^*(K)] = \Delta M_{ae}^z(K) \quad (8)$$

a vezani za torzijska gibanja iz

$$\frac{1}{2} \rho K^2 U^2 B \hat{\alpha} [H_3^*(K) + iH_2^*(K)] = \Delta L_{ae}^\alpha(K) \quad (9)$$

$$\frac{1}{2} \rho K^2 U^2 B^2 \hat{\alpha} [A_3^*(K) + iA_2^*(K)] = \Delta M_{ae}^\alpha(K) \quad (10)$$

gdje su ΔL_{ae}^α i ΔM_{ae}^α ($x=z, \alpha$) spomenute razlike za aeroelastičnu silu uzgona i aeroelastični moment. Na primjer, iz jednadžbe (7) dobivaju se

$$H_1^* = \frac{2\text{Im}(\Delta L_{ae}^z)}{\rho K^2 U^2 \hat{z}} \quad (11)$$

$$H_4^* = \frac{2\text{Re}(\Delta L_{ae}^z)}{\rho K^2 U^2 \hat{z}} \quad (12)$$

Na sličan se način mogu izvesti i ostali izrazi za parametre treperenja. Detalji o algoritmu identifikacije parametara treperenja mogu se naći u [26]. Stoga se postupak može sažeti u:

- izvršiti testove s prisilnim vibracijama bez strujanja zraka i sa strujanjem zraka pri vertikalnom ili torzijskom gibanju za svaku reduciranu brzinu U_{red} koja je od interesa,
- izračunati najbolje uklopljen harmonik s istom prisilnom frekvencijom radi dobivanja koeficijenata amplitude sile i faznih razlika vezanih za primijenjeno gibanje, jednadžba (5),
- izračunati parametre prema izrazima (7) do (10).

U ovom radu parametri treperenja slijede dogovor prema kojem je pozitivan smisao sile uzgona i pomaka prema gore, dok je pozitivan smisao aerodinamičkoga momenta i rotacije rotacija prednjeg dijela presjeka prema gore.

2. Atmosferski aerodinamički tunel WIST

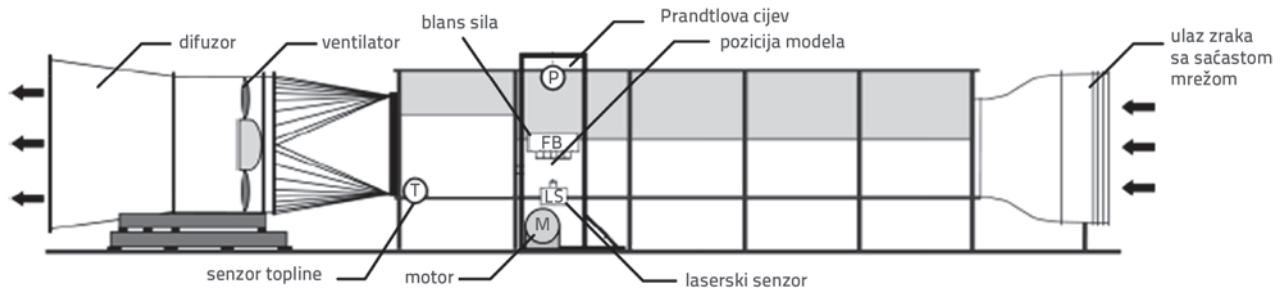
Svi pokusi, na nepomičnom modelu mosta i na modelu s prisilnim vibracijama, provedeni su u atmosferskom aerodinamičkom tunelu WIST (Windingenieurwesen und Strömungsmechanik) na Sveučilištu Ruhr u Bochumu. Slika 2. prikazuje pogled na aerotunel i na njegov dio vezan za ispitivanje. Aerotunel s nepovratnom zračnom strujom ukupne je duljinu 9,4 m, širine 1,8 m i visine 1,6 m. Strop je tunela pomičan, pa se može podignuti do visine 1,9 m. Difuzor i centrifugalni ventilator postavljeni su na kraju aerotunela. Maksimalna je brzina vjetra koja se može postignuti oko 30 m/s s 1500 okreta u minuti ventilatora.



Slika 2. Pogled na atmosferski aerotunel na Sveučilištu Ruhr u Bochumu

Prandtllova cijev postavljena je izvan utjecaja zidova aerotunela. Obično je na visini 1,3 m od poda aerotunela, ali se položaj pozicija može mijenjati ovisno o pokusu. Prandtllova cijev omogućava mjerenje dinamičkoga tlaka dolazećeg zraka. Temperatura tijekom testa određena je s pomoću toplinskih senzora, a srednja se brzina vjetra se određuje primjenom Bernoullijeve jednadžbe.

Sva su mjerenja provedena sa zračnim poljem s prilaznom turbulencijom dobivenom s pomoću turbulentne mreže. Turbulentna je mreža smještena na ulazu u tunel (slika 3.). Mjerenja nisu uzimala u obzir dodatne generatore turbulencije. Intenzitet turbulencije je procijenjen na oko 3-4 %, a integralna skala turbulencije je oko 0,03 m.



Slika 3. Detaljan prikaz atmosferskog aerotunela na Sveučilištu Ruhr u Bochumu

2.1. Postav pokusa prisilnih vibracija

Oprema za prisilne vibracije može se podijeliti u tri opća dijela: oprema za mehanizam pobude, za mjerenje sile i za mjerenje pomaka.

Čelični okvir postavljen izvan tunela nosi sve mehaničke dijelove i opremu za mjerenje u testovima s prisilnim vibracijama. Na taj način mehanizam pobude ne remeti sama mjerenja. Položaj okvira u aerotunelu shematski je prikazan na slici 3. Trofazni elektromotor snage 5,5 kW postavljen je ispod aerotunela. Motor pokreće osovinu koja se proteže od jedne do druge strane aerotunela. Na tim su krajevima su montirani čelični diskovi koji pomiču model, slika 4a. Kako bi se omogućili različiti pomaci, nužne su određene modifikacije upotrijebljenih mehaničkih dijelova su neophodne. Više detalja može se naći u [26].

Ta se oprema može koristiti u skladu s određenim ograničenjima. Najveća moguća amplituda u vertikalnom i horizontalnom smjeru je 7,5 cm, dok je najveći kut rotacije $\pm 15^\circ$. Najveća je brzina motora 435 rpm, a opseg je frekvencija prisilnih oscilacija od 0,3 Hz do 7,5 Hz.

Ukupne sile koje djeluju na model u aerotunelu mjerene s dva balansa sila koja su postavljena na krajevima platforme. Shematizirani prikaz balansa sila prikazan na slici 4.a. Svaki je balans sila opremljen mjernim vrpčama postavljenima na ručicama, kao na slici 4.b. Na taj su način mjerene dvije vertikalne i jedna horizontalna sila. Definicija sila prikazana je na slici 4.c. Na temelju sila mjenjenih na obje strane aerotunela određuju se tri sile L , D i M , pri čemu potrebna određena kalibracija. Naime, te su sile određene s pomoću kalibracijske matrice. Kalibracijska

se matrica oblikuje zadajući određeni broj statičkih testova s različitim, ali poznatim silama. U toj proceduri se primjenjuju različite mase i njihovi položaji (hvatišta). Na temelju svih tih kombinacija različitih opterećenja, kalibracijska se matrica dobiva metodom najmanjih kvadrata. Jedan je ograničavajući čimbenik učinak inercijanih sila koji treba uzeti u obzir. Kako bi se smanjio utjecaj inercije, položaj balansa sila izabran je u blizini modela.

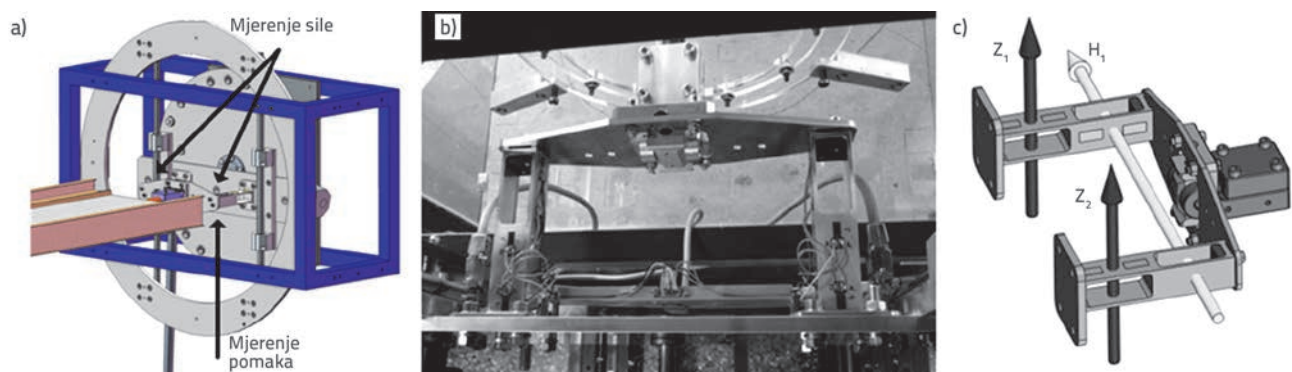
Pomaci modela mjerena su s dva elektro-optička laserska senzora. To je urađeno mjereći položaj referentne točke balansa sila sa svake strane aerotunela. U slučaju torzijskih mjerenja, ti su pomaci transformirani u kutove rotacije. Slika 4.a prikazuje položaj referentne točke elektro-optičkog senzora. Cjelokupna oprema za prisilne vibracije shematski je prikazana na slici 4. Više detalja vezanih za opremu prisilnih vibracija dano je u [28, 29].

2.2. Mjerenja tlakova

U pokusima su osim aeroelastičnih sila mjereni i tlakovi. Za tu se svrhu neophodna oprema sastoji od četrdeset senzora tlakova, sistema cjevčica, pojačala i analogno-digitalnog konvertora. Za ovu su studiju upotrijebljena dva tipa senzora tlaka:

- senzori Honeywell 170 PC,
- senzori AMSYS 5812-0001-D-B.

Na slici 5. lijevo shematski je prikazan senzor tlaka tipa Honeywell, u kojem su dvije komore razdvojene jednom piezo-otpornom membranom. Kad je membrana opterećena razlikom



Slika 4. a) Balans sila s položajima mjernih vrpki i referentna točka za mjerenja pomaka, b) balans sila u aerotunelu i c) definicija sila [26]

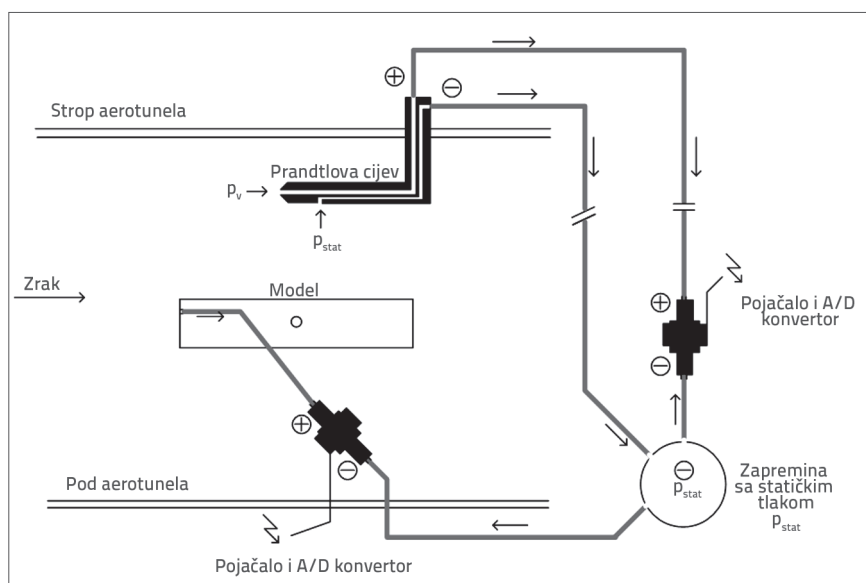
tlakova iz komora, nastaje deformacija koja je povezana s promjenom otpora u piezo-otporniku. Oba primijenjena tipa senzora (Honeywell i AMSYS) radi na istom načelu, mjereći razliku u voltima, i na taj način mjereći razliku tlakova. U ovom posebnom slučaju mjerenja razlika tlakova ostvarena je kao razlika između tlakova po površini modela i statičkih tlakova Prandtlove cijevi.

Pojačala senzora tlaka Honeywell su vanjska i neovisna jedan o drugom. S druge strane, pojačala senzora tlaka tipa AMSYS su uključena u okviru ćelija tlakova. Svi se analogni signali pretvaraju u digitalne pomoću analogno-digitalnih konvertora. Slika 6. prikazuje opći princip rada pri mjerenju tlaka.

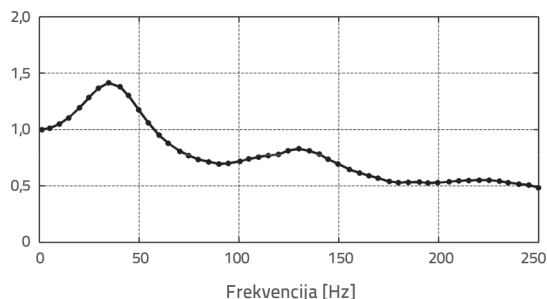
Tlakovi su snimani s frekvencijom od 1000 Hz u "sample-and-hold" načinu rada koji proizvodi simultano prikupljanje tlakova. Softver upotrijebljen za prikupljanje podataka je SBench 5.0. Proces kalibracije mjerenja tlakova sadrži dvije faze: statičku i dinamičku. Osnovna svrha statičke kalibracije određivanje je relacija tlak-napon za svaki sensor tlaka. Ta je kalibracija izvršena pri istom postavu svakoga senzora tlaka kao u realnim mjerenjima. Za tu se svrhu rabi manometer Betz, omogućavajući da se senzori optereće poznatim tlakovima. Na taj se način određuje relacija između izmjerenih napona i poznatih tlakova. Za opisana su mjerenja dobivene sljedeće relacije: za senzore Honeywell 5 mbar odgovara 5 V, a za senzore AMSYS 5 mbar odgovara 1 V.



Slika 5. Senzor tlaka – Honeywell (lijevo) i ćelija tlaka – AMSYS (desno)



Slika 6. Sustav cjevčica upotrijebljen pri mjerenju tlaka



Slika 7. Transfer-funkcija sustava cjevčica za mjerenje tlaka

Dinamička je kalibracija vezana za dodatne učinke u mjenom signalu, koje proizvodi sustav cjevčica. Treba uočiti da je sustava cjevčica pri ovakvim mjerenjima nužan. To je posljedica činjenice da uzak prostor u modelu općenito ne dopušta postavljanje senzora tlaka direktno na površinu modela. U ovom posebnom slučaju, cjevčice koje povezuju senzore tlaka s rupicama u modelu duljine su oko 1,5 m. Budući da treba izmjeriti tlakove na površini modela, mora se eliminirati dodatni dinamički utjecaj cjevčica na signal. To se postiže u dva koraka. Prvim se korakom kvantificiraju ti učinci, a u drugom se ti učinci uklanjaju iz mjenom signala. Ti se nepoželjni učinci identificiraju uspoređivanjem spektara odziva mjenom signala uz uporabu cjevčica i bez nje, to jest postavljanjem senzora neposredno na

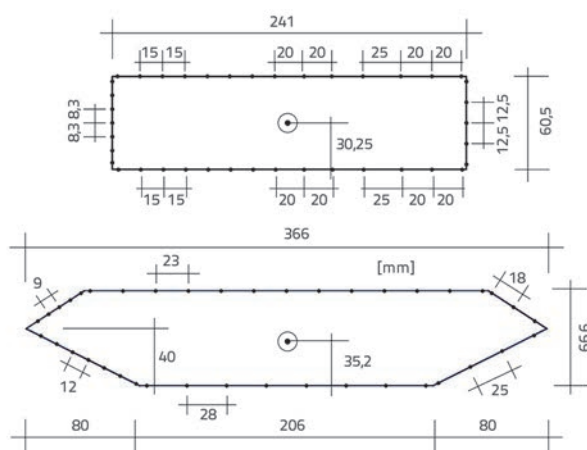
površinu modela. To se mjerenje smatra referentnim. Utjecaj tih učinaka opisan je transfer-funkcijom cjevčica tlaka, koja je prikazana na slici 7. Primjenom opisanoga postupka transfer-funkcija određena je prema referentnom mjerenju signala. Kao što se može vidjeti za transfer-funkciju prikazanu na slici 7., cjevčica pojačava amplitude signala frekvencija manjih od 65 Hz i prigušuje amplitude frekvencija koje su veće od te vrednosti. Najveće je pojačanje dobiveno za frekvencije oko 30 Hz. Za razliku od uočene ovisnosti amplitude i frekvencija, ne treba uzeti u obzir korekciju u slučaju faznih pomaka. Razlog je tome to da fazne razlike rezultiraju linearnom funkcijom po frekvencijama, omogućujući konstantan vremenski pomak od 0,005 s za sve frekvencije. U drugom se koraku taj dodatni utjecaj pri mjerenjima tlakova ispravlja primjenom digitalnoga filtera uporabom funkcija MATLAB-a. Digitalni filter ispravlja sve frekvencije zaključno sa 200 Hz, čime ta frekvencija čini "cut-off" frekvenciju. Više se detalja vezanih za transfer-funkciju i primijenjeni digitalni filter može naći u [29].

3. Mjerenja u aerodinamičnom tunelu

Ispitana su dva različita modela:

- pravokutni poprečni presjek, s odnosom širine i visine $B/H = 4$,
- simetričan jednočelijski presjek nosača mosta.

Oba su poprečna presjeka prikazana na slici 8. Drveni model pravokutnoga poprečnog presjeka mosta ima širinu $B = 0,24$ m i visinu $H = 0,06$ m, a duljina mu je 1,8 m. Ukupna je masa modela oko 4,1 kg. Raspored 40 mjernih položaja tlakova raspoređenih oko poprečnoga presjeka na sredini raspona prikazan na slici 8. gore. Odnos blokade pri ulaznom kutu od 0° je oko 3,4 %.



Slika 8. Model pravokutnoga poprečnog presjeka i presjeka mosta s rasporedom 40 mjernih položaja tlakova

Drveni je model mosta širine $B = 0,37$ m, visine $H = 0,067$ m i duljine $L = 1,8$ m. Ukupna je masa modela oko 4,9 kg. 40 mjernih mjesta tlakova raspoređeno je na sredini raspona s jednakim razmacima na svakoj plohi modela, slika 8. dolje. Odnos je blokade pri ulaznom kutu vjetra od 0° oko 3,75 %. Model je testiran u konfiguraciji bez konstrukcijskih detalja.

Oba testirana modela postavljena u aerotunelu prikazana su na slikama 9. i 10. Slika 9. desno prikazuje takođe i mjerna mjesta tlakova na sredini raspona pravokutnoga modela.

3.1. Pokusi na nepomičnom modelu

Prethodno prikazani modeli su upotrijebljeni su u pokusima s nepomičnom konfiguracijom. Prije mjerenja uz utjecaj vjetra modeli su postavljani u eksperimentalni postav u kojem su određene vlastite frekvencije modela primjenom inicijalnih impulsa na modele i mjerenjem odziva mjerenih sila (mjerenja u zraku bez kretanja modela). Vlastite frekvencije određene na osnovi spektra sile uzgona prikazane su u tablici 1.

Tablica 1. Vlastite frekvencije vezane za vertikalno f_h i rotacijsko gibanje f_t modela

Presjek \ Vl. frekvencije	f_h [Hz]	f_t [Hz]
Pravokutni poprečni presjek	21,6	-
Poprečni presjek mosta	21,5	14,6

U radu [30] pokazano je da postoji linearna relacija između frekvencije odvajanja vrtloga (f_s) i neporemećene (dolazeće) brzine vjetra (U):

$$St = \frac{f_s B}{U} \tag{13}$$



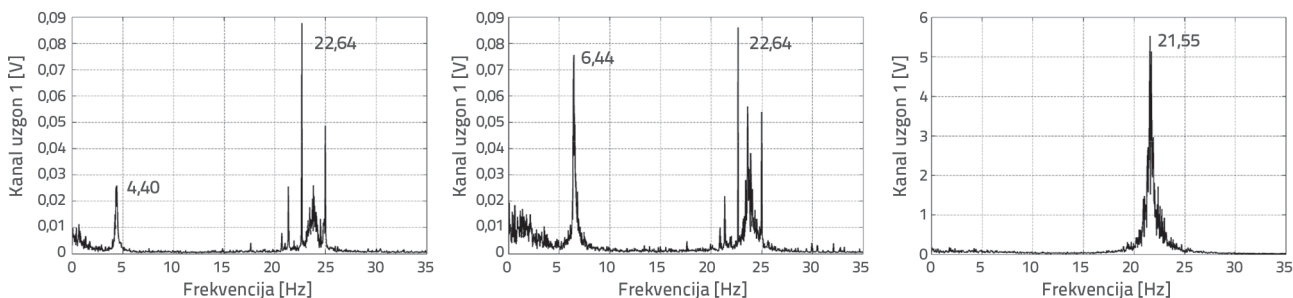
Slika 9. Model pravokutnoga poprečnog presjeka u aerotunelu



Slika 10. Model drvenoga poprečnog presjeka mosta u aerotunelu

St je bezdimenzionalni koeficijent koji se naziva Strouhalovim brojem. Strouhalov je broj ovisan o Reynoldsovom broju, posebice u slučaju zakrivljenih poprečnih presjeka. U slučaju poprečnoga presjeka s oštrim bridovima odvajanje vrtloga prouzročeno je geometrijom, a neustaljena turbulencija nastala zbog konstrukcije manje je osjetljiva na Reynoldsov broj.

Strouhalov broj eksperimentalno je procijenjen iz pokusa s različitim brzinama vjetra. U radu je postupak prikazan za slučaj pravokutnoga poprečnog presjeka; isti je postupak primijenjen i u slučaju drugoga modela. Jedanaest mjerenja izvršeno je na nepomičnoj konfiguraciji pravokutnoga poprečnog presjeka pri ulaznom kutu od 0° . Brzine vjetra odgovaraju Reynoldsovim brojevima u opsegu $3,8 \cdot 10^4 < Re < 31 \cdot 10^4$.



Slika 11. Određivanje Strouhalova broja primjenom amplitudnoga spektra mjenenog signala sile uzgona pravokutnog poprečnog presjeka

Na temelju jednadžbe (13) može se zaključiti da pri određivanju jedinstvenoga Strouhalova broja promjena brzine zraka za posljedicu ima promjenu frekvencije odvajanja vrtloga. To je prosuđivanje primijenjeno pri određivanju Strouhalova broja s pomoću spektralne analize mjenenog signala sile. Naime, frekvencija odvajanja vrtloga može se procijeniti iz spektra praćenjem frekvencija koje odgovaraju vrhovima drugačijima od vlastitih frekvencija. Kao primjer su na slici 11. prikazana tri amplitudna spektra signala sile. Na lijevom i srednjem spektru može se uočiti da jedan vrh odgovara vlastitoj frekvenciji modela, ali se na oba spektra može uočiti još jedan vrh. Taj je drugi vrh vezan za frekvenciju odvajanja vrtloga, a uspoređujući lijevi i srednji spektar može se uočiti da se taj vrh pomiče zbog promjene brzine vjetra. Na se desnom spektru uočava samo jedan vrh zbog rezonancije između frekvencije odvajanja vrtloga i vlastite frekvencije. Taj se rezonantni slučaj obično označava kao pojava "lock-in". Naime, kad brzina vjetra dostigne vrijednost pri kojoj se frekvencija odvajanja vrtloga poklopila s vlastitom frekvencijom mosta, konstrukcija se može lako pobuditi na osciliranje sa značajnim, ali ograničenim oscilacijama. Ta aeroelastična pojava dovodi do narušavanja Strouhalova zakona izraženoga jednadžbom (13). U tom slučaju, vlastita frekvencija počinje kontrolirati pojavu odvajanja vrtloga čak i u slučaju premještanja Strouhalova broja od vlastite frekvencije promjenom brzine vjetra.

Uzimajući u obzir poznatu dolazeću brzinu U i određujući frekvenciju odvajanja vrtloga f_s prema mjeranjima i jednadžbi (13), dobiven je Strouhalov broj pravokutnoga poprečnog presjeka u intervalu $\mu_{St} \pm \sigma_{St} = 0,518 \pm 0,028$ utemeljen na širini poprečnoga preseka pravokutnika, gdje je μ_{St} srednja vrijednost, a σ_{St} standardna devijacija određenih Strouhalovih brojeva. Normalizacijom Strouhalovoga broja utemeljenoj na visini poprečnog preseka dobiva se interval $\mu_{St} \pm \sigma_{St} = 0,130 \pm 0,007$, koji je uporediv sa Strouhalovim brojem istoga poprečnog presjeka navedenim u [31], gdje je dana vrijednost 0,137 (relativna je razlika 4,82 %).

Isti je postupak ponovljen za poprečni presjek mosta. Različite brzine vjetra odgovaraju rasponu $7 \cdot 10^4 < Re < 37 \cdot 10^4$. Strouhalovu broju poprečnoga presjeka mosta utemeljenu na širini presjeka odgovara interval $\mu_{St} \pm \sigma_{St} = 1,301 \pm 0,029$ (ili $\mu_{St} \pm \sigma_{St} = 0,237 \pm 0,005$ utemeljeno na visini presjeka mosta).

3.2. Pokusi prisilnih vibracija

Za pokuse prisilnih vibracija upotrijebljeni su motor i već opisani kinematički mehanizam. Promatrani poprečni presjeci se pomiču u dva stupnja slobode, zadajući periodična gibanja u vertikalnom pravcu i rotacije. Gibanja u horizontalnom pravcu su također moguća ovim mehanizmom pobude, ali se u ovom ne razmatraju. Valjanost ovoga eksperimentalnog postava može se naći u [26].

Testovi prisilnih vibracija u slučaju pravokutnoga poprečnog preseka izvedeni su s Reynoldsovima brojevima u opsegu od $0,3 \cdot 10^5$ do $1,3 \cdot 10^5$, a u slučaju poprečnoga preseka mosta u opsegu $0,6 \cdot 10^5$ do $3,5 \cdot 10^5$. Primijenjena amplitude osciliranja je oko 1° vezana za torziju, a primijenjeni je opseg frekvencija vibracija 1,0 do 6,2 Hz.

Svrha je ovih eksperimenata određivanje aeroelastičnih sila u opsegu različitih reduciranih brzina. Prema definiciji reducirane brzine $U_{red} = U/Bf$, to se može izvesti varirajući U i f , to jest dolazeću brzinu i frekvenciju prisilnih oscilacija. Detaljno planiranje samih mjerenja zahtijeva postavljanje odgovarajućih kombinacija. U ovom koraku se moraju uzeti u obzir ograničenja same opreme vezana za frekvencije osciliranja i brzine vjetra. Još jedan bitan čimbenik koji sužava moguće kombinacije vezan je za prethodno određeni Strouhalov broj. Naime, na osnovi određenoga Strouhalovog broja može se odrediti kritična brzina vezana za spomenuto rezonantno stanje poklapanja frekvencije odvajanja vrtloga i vlastite frekvencije kao

$$U_{St,crit} = \frac{Bf_{eigen}}{St} \quad (14)$$

Kada nastupi taj slučaj, to jest pri toj brzini vjetra, model je izložen snažnim oscilacijama što čini mjerene signale neupotreblijivima [29]. Stoga se brzina od $U_{St,crit}$ mora izbjeći.

4. Rezultati i diskusija

Ako se zanemare fluktuacije nastale zbog turbulencije, nastali tlakovi rezultiraju osrednjenim silama: silom otpora uzduž pravca djelovanja vjetra D , silom uzgona okomitom na pravac vjetra L i momentom M . U bezdimenzionalnoj formi one su dane

takozvanim stacionarnim koeficijentima sila za otpor C_D , uzgon C_L i momenat C_M :

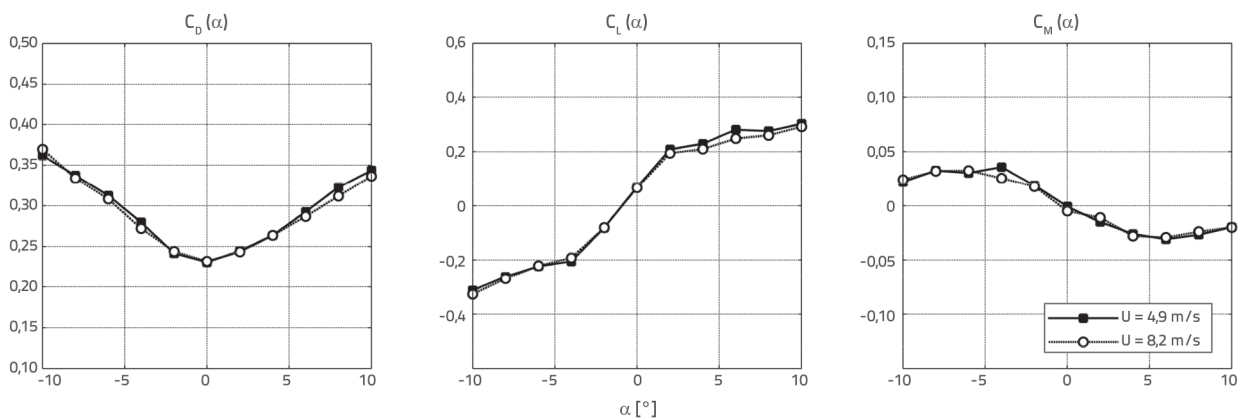
$$\begin{aligned} C_D(\alpha) &= \frac{D}{q_0 B L_b} \\ C_L(\alpha) &= \frac{L}{q_0 B L_b} \\ C_M(\alpha) &= \frac{M}{q_0 B^2 L_b} \end{aligned} \quad (15)$$

gdje su $q_0 = 1/2 \rho U^2$ dinamički tlak, ρ gustoća zraka, U srednja brzina zraka, a B i L_b širina presjeka i duljina mosta. Općenito, ovi se bezdimenzionalni normalizirani koeficijenti primjenjuju za prijenos eksperimentalno mjerenih sila na modelu u aerotunelu na predviđenu konstrukciju realnih dimenzija.

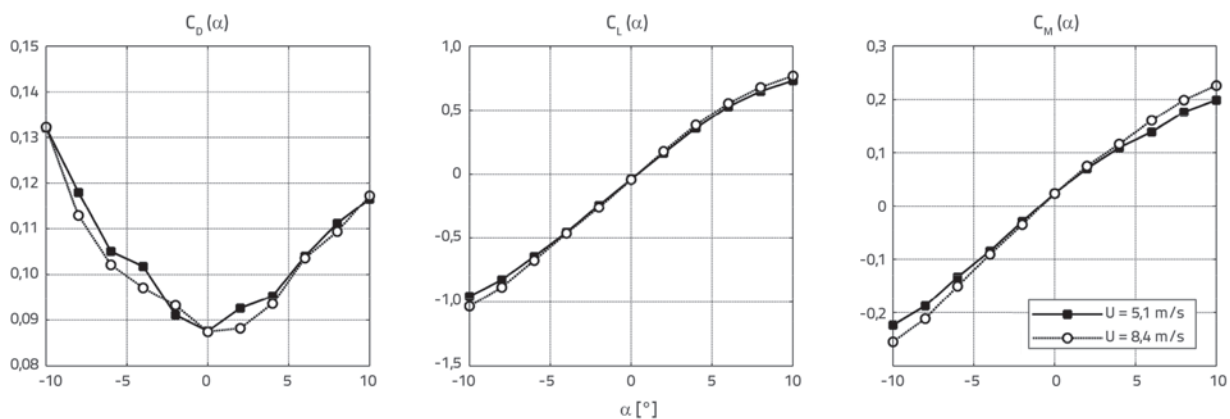
Slike 12. i 13. prikazuju stacionarne koeficijente, dobivene pri različitim ulaznim od -10° do 10° primjenom jednadžbe (15), na temelju mjerenja pomoću balansa sila za pravokutni presjek i poprečni presjek mosta. Kako bi se provjerila i izuzela ovisnost o Reynoldsovom broju, svi su koeficijenti određeni za dvije različite brzine vetra.

Kod pravokutnoga poprečnog presjeka uočeno je malo odstupanje koeficijenta uzgona C_L od očekivane vrijednosti za ulazni kut od 0° . Uz to krivulja C_L nije potpuno simetrična, što se očekuje, budući da je u pitanju simetričan poprečni presjek. Za ovo je možda odgovoran mali učinak blokade nastao zbog smještaja modela u aerotunelu koji nije vertikalno simetričan. Naime, udaljenost osi pravokutnoga modela od poda aerotunela iznosi 72 cm, a udaljenost do stropa 88 cm.

Zanimljivo je uočiti da se pri većim ulaznim kutovima javlja slom uzgona. Slom uzgona je uvjet pri kojem se pri povećanju ulaznoga kuta nakon neke vrijednosti sila uzgona počinje smanjivati. Za pravokutni poprečni presek ova se kritična točka se ne može jasno definirati. Ipak, uočljiv je nedostatak kontinuiranoga povećanja vrijednosti C_L . Pad sile uzgona vezan je za separaciju zraka. Naime, pri malim se kutovima mogu pojaviti male separacije zraka. No, s povećanjem ulaznoga kuta područje separacije zraka postaje veće i sprečava stvaranje uzgona. Opisani se slučaj ne može uočiti za koeficijent uzgona za poprečni presjek mosta (slika 13.). U tom je slučaju dobivena glatka krivulja C_L u okviru mjerenih ulaznih kutova, s rastućim vrijednostima uzgona koje prate povećanje ulaznoga kuta.



Slika 12. Stacionarni koeficijenti sila pravokutnoga poprečnog presjeka. Pozitivni kutovi α su prikazani prema dogovoru po kojem se prednji dio presjeka pomiče prema gore

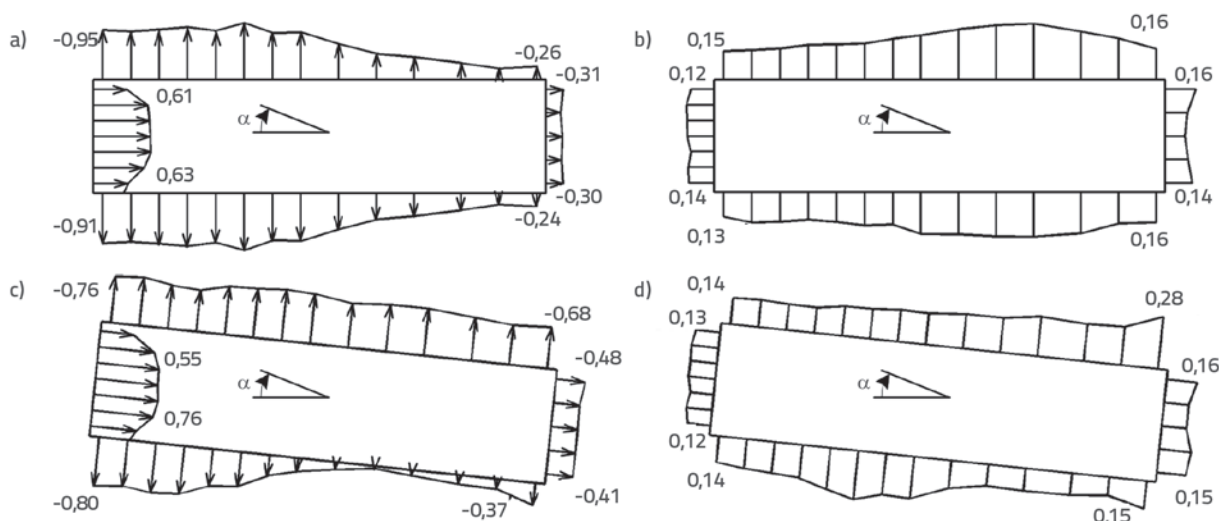


Slika 13. Stacionarni koeficijenti sila poprečnog presjeka mosta. Pozitivni kutovi α su prikazani prema dogovoru po kojem se prednji dio presjeka pomiče prema gore

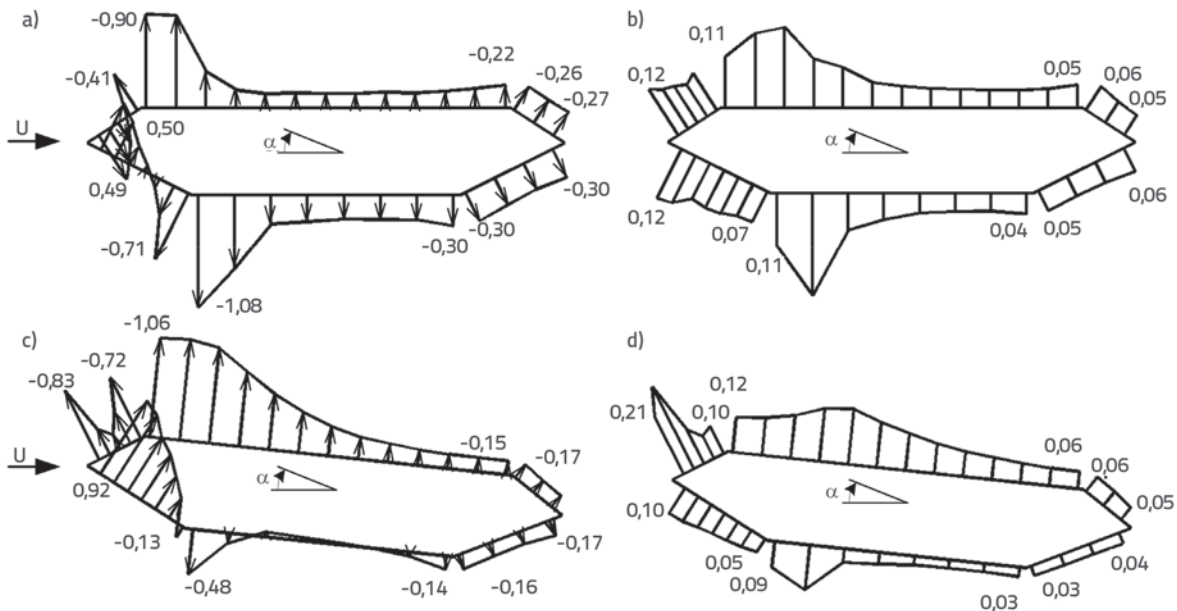
Jedna bitna karakteristika presjeka u smislu aerodinamičke stabilnosti vezana je za gradijente koeficijenata uzgona i momenta, $dC_L/d\alpha$ i $dC_M/d\alpha$. Prvi se gradijent ($dC_L/d\alpha$) rabi u određivanju podločnosti konstrukcije pojavi koja se naziva galopiranjem, a koji predstavlja nestabilnost u jednom stupnju slobode i vodi velikim amplitudama oscilacija po pravcu okomitom na strujanje vetra. Osnovni je preduvjet je koeficijent uzgona mora imati velik negativan nagib (čak takav da umanjuje koeficijent otpora – kriterij Glauerta Den Hartoga [2]). S obzirom na to da su nagibi na slikama 12. i 13. pozitivni, oba posmatrana presjeka – pravokutni i poprečni presek mosta – nisu podložni galopiranju. Torzijska divergencija je drugačija pojava nestabilnosti koja nastaje zbog gubitka torzijske krutosti zbog aerodinamičkoga momenta, a vezana je za gradijent momenta ($dC_M/d\alpha$). Može se pokazati da statička divergencija može nastupiti samo ako je koeficijent momenta okarakteriziran pozitivanim nagibom $dC_M/d\alpha(0) > 0$ [7]. Na slikama 12. i 13. može se uočiti da poprečni presjek mosta ima pozitivan nagib koji može dovesti do toga tipa nestabilnosti, za razliku od pravokutnoga poprečnog presjeka. Kritična brzina koja dovodi do torzijske nestabilnosti vezana je za karakteristike realne konstrukcije mosta, te ta analiza izlazi izvan okvira ovoga rada. Ipak, kod realnih je mostova uočeno da torzijska divergencija ne predstavlja zabrinjavajući problem, budući da se pojavljuje pri značajno većim brzinama vjetra od brzine treperenja [32, 7]. Unatoč tome, tome se ne može vjerovati kad je odnos između torzijske frekvencije i frekvencije savijanja oko jedan ili čak manji ("flutter free" presjeci spomenuti u poglavlju 1.1) [11]. Uobičajeno je prikazivanje svih mjerenih tlakova u odnosu na dinamički tlak $1/2\rho U^2$ dolazećeg zraka. Stoga se definira bezdimenzionalni koeficijent tlaka C_p kao

$$C_p = \frac{p - p_0}{\frac{1}{2}\rho U^2} \tag{16}$$

gdje je U srednja brzina vjetra, dok je $p - p_0$ razlika u tlakovima između lokalne i referentne vrijednosti, kao što je objašnjeno u odjeljku 2.2. Ova mjerenja tlakova osiguravaju dublji uvid u proces obstrujavanja vjetra. Posebno su analizirane mjerene raspodjele osrednjenih koeficijenata tlakova, kao i raspodjele standardne devijacije na temelju 40 mjernih mesta na nepomičnom modelu. Slika 14. prikazuje obje raspodjele za ulazne kutove 0° (gore) i 6° (dolje). Na slici 14. pretpostavljena je linearna raspodjela tlakova između mjernih tačaka. Već spomenuti nesimetričan smještaj u eksperimentima uzrokuje pomalo nesimetričnu raspodjelu osrednjenih koeficijenata tlakova. Ipak, uočava se veća nesimetričnost raspodjele C_p' pri ulaznom kutu od 0° . Niže vrijednosti C_p' nalaze se na donjoj strani presjeka. Srednja relativna pogreška između gornje i donje strane iznosi 14,63%. Na slici 14. mogu se uočiti glavne karakteristike procesa obstrujavanja oko nepomičnoga poprečnog presjeka. Raspodjela osrednjenoga tlaka pri kutu od 0° pokazuje jasna ispučenja na gornjoj i donjoj strani presjeka, koja počinju s velikim negativnim vrijednostima koje se nizvodno oporavljaju. To nagovještava da se zrak odvaja od vodećega ruba i ponovo pripaja uzvodno od pratećeg ruba [25]. Položaj točke pripajanja može se procijeniti na osnovi raspodjele C_p' . Naime, poznato je da je vrh C_p' povezan s vremenski osrednjenom točkom pripajanja [25]. Slika 14. prikazuje i pravokutni poprečni presjek kada je njegova geometrija nagnuta pri ulaznom kutu $\alpha = 6^\circ$. Vidljivo je da je zrak potpuno odvojen od gornje stranice pravokutnoga poprečnog presjeka, što se zaključuje na osnovi vrijednosti tlakova koje su gotovo jednolike i velike. Taj se ulazni kut već nalazi u području sloma sile uzgona, kao što je uočeno na slici 12. Također se može na osnovi osrednjene raspodjele i raspodjele standardne devijacije uočiti separacija na donjoj stranici. Osrednjena vrijednost i standardna devijacija koeficijenata tlakova na nepomičnom presjeku mosta pri kutovima 0° (gore) i 6° (dolje) prikazane su na slici 15. U oba je slučaja uočeno odvajanje strujanja na gornjoj i donjoj stranici poprečnoga



Slika 14. Osrednjena raspodjela (lijevo-a i c) i raspodjela standardne devijacije (desno-b i d) koeficijenta tlaka za nepomični pravokutni presjek pri 0° (gore-a i b) i 6° (dolje-c i d) pri $U = 4,9$ m/s, prikazane vrijednosti odgovaraju vrijednostima na krajevima



Slika 15. Osrednjena raspodjela (lijevo-a i c)) i raspodjela standardne devijacije (desno-b i d)) koeficijenta tlaka za nepomični presjek mosta pri 0° (gore-a i b)) i 6° (dolje-c i d)) pri $U = 5,1$ m/s, prikazane vrijednosti odgovaraju vrijednostima na krajevima

presjeka mosta. Primjerice, pri ulaznom kutu vjetra od 0° uočena su odvajanja manja u usporedbi s pravokutnim poprečnim presjekom. Rezultati vezani za 6° ne prikazuju slom uzgona. Pri ulaznom kutu od 6° dobivena su veća odvajanja na gornjoj i manja na donjoj stranici u usporedbi s 0°.

Svih osam parametara treperenje u opsegu do $U_{red}=30$, određenih kako je opisano u odjeljku 1.1.2, prikazano je za oba poprečna preseka na slici 16. Osim slučaja parametra H_3^* , gdje su uočene sličnosti između pravokutnoga poprečnog presjeka i presjeka mosta, ostali parametri treperenja prikazuju različite oblike. To je očekivano, s obzirom na to da je poprečni presjek mosta više aerodinamičan tip presjeka u usporedbi s pravokutnim. Najuočljivija razlika vezana za parametre treperenja predstavljena na slici 16. vezana je za parametar A_2^* , koji se interpretira kao aerodinamičko torzijsko prigušenje.

Parametar A_2^* primjenjuje se pri klasifikaciji različitih tipova treperenja – klasičnoga u odnosu na torzijski – kao što je prikazano u [25]. Kako bi se opisao učinak parametra A_2^* , može se upotrijebiti jednostavan model konstrukcije s dva stupnja slobode, vertikalnim pomakom z i torzijskim stupnjem slobode α . Tada su jednadžbe gibanja

$$m[\ddot{z} + 2\zeta_z\omega_z\dot{z} + \omega_z^2z] = L_{ae} \tag{16}$$

$$I[\ddot{\alpha} + 2\zeta_\alpha\omega_\alpha\dot{\alpha} + \omega_\alpha^2\alpha] = M_{ae} \tag{17}$$

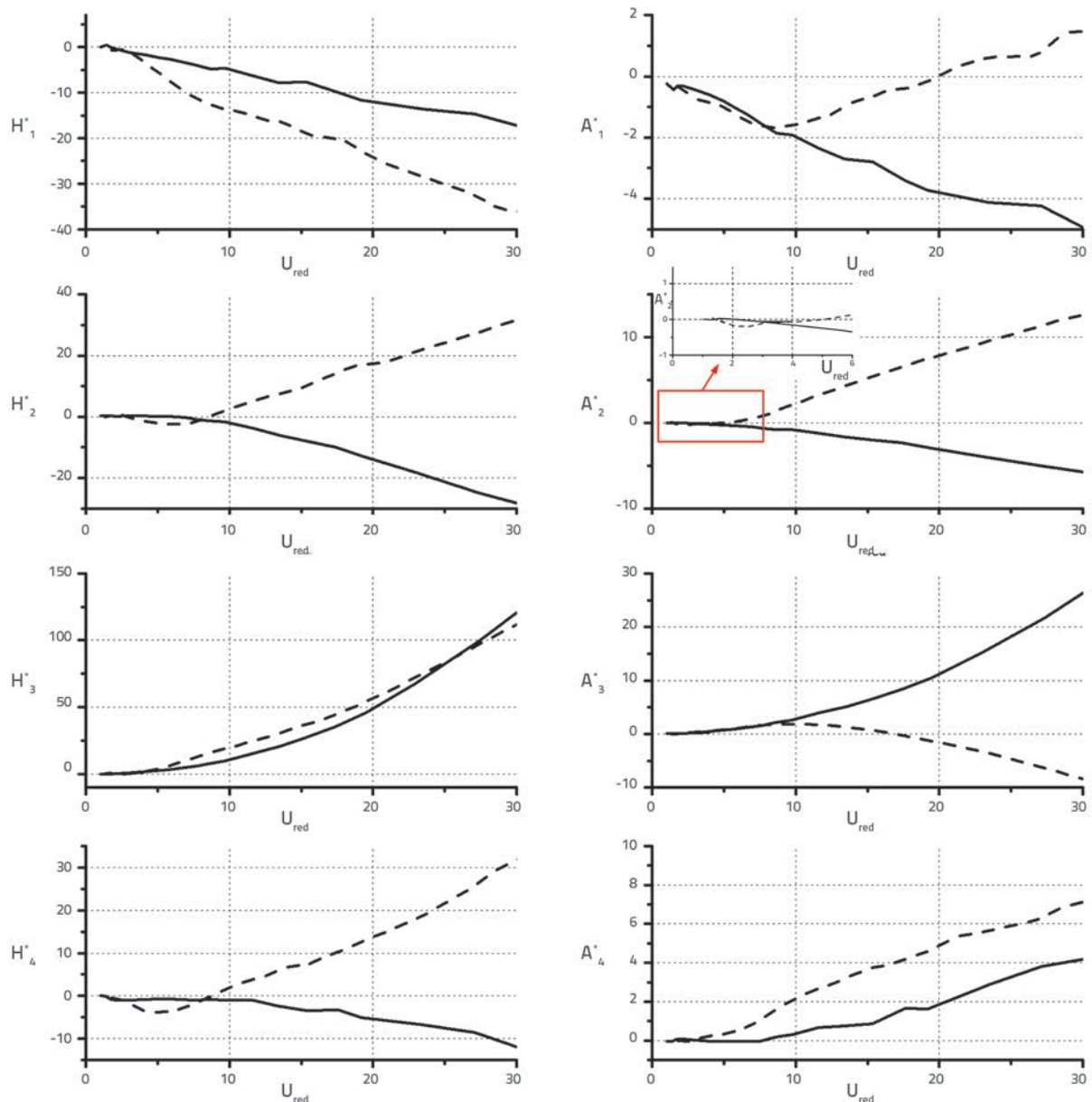
gdje su L_{ae} i M_{ae} aeroelastične sile dane izrazima (1) i (2), m i I masa i momenat inercije mase po jedinici duljine, ζ_z i ζ_α prigušenja u vertikalnom i torzijskom smislu, a ω_z i ω_α odgovarajuće frekvencije u zraku u mirovanju. Kombinirajući torzijsku jednadžbu gibanja (17) s izrazom (2) za aeroelastični momenat,

dobiva se koeficijent uz član $\dot{\alpha}$, koji je nakon sređivanja na lijevoj strani jednadžbe

$$2I\zeta_\alpha\omega_\alpha - qB^2KA_2^* \frac{B}{U} \tag{18}$$

Kako se član koji sadrži A_2^* može tumačiti kao aerodinamički doprinos prigušenju konstrukcije, izraz (18) može se tretirati kao efektivno ili ukupno prigušenje. Slijedi da, ako vrijednosti A_2^* prate pozitivan trend, kao što je slučaj kod pravokutnoga poprečnog presjeka, prikazan na slici 16., one mogu smanjiti ili čak poništiti učinak konstrukcijskog prigušenja, što za posljedicu ima nestabilnost. Ta destabilizirajuća promjena vrijednosti A_2^* ima za posljedicu torzijsko treperenje (treperenje s jednim stupnjem slobode), a njegova se kritična brzina određuje iz uvjeta da je ukupno prigušenje nula.

Stoga, na osnovi krivulja parametara treperenja na slici 16., posebno A_2^* , može se zaključiti da je simetričan poprečni presjek mosta sklon treperenju s dva stupnja slobode, dok je pravokutni presjek sklon treperenju s jednim stepenom slobode. Uzimajući u obzir spomenuti kriterij za pravokutni poprečni presjek, jednadžba (18), može se očekivati da će nestabilnost nastupiti malo iznad $U_{red}=5$, tj. kad parametar A_2^* počne mijenjati predznak poništavajući konstrukcijsko prigušenje. Ipak, realna vrijednost kritične brzine ovisi o konstrukcijskim karakteristikama mosta (realne konstrukcije). Što se poprečnoga presjeka mosta, analiza treperenja koja uključuje dva stupnja slobode uključujući karakteristike potencijalne konstrukcije, prikazana je u radu [33], u kojem su dokumentirane veće reducirane brzine kao kritične, čak oko $U_{red}=13$. Daljnja usporedba predloženih presjeka podrazumijeva detaljniju analizu koja bi uključivala i konstrukcijske karakteristike. Ipak, kao što je navedeno u [8], trapezni poprečni presjeci koji su skloni treperenju s dva



Slika 16. Izmjereni parametri treperenja dobiveni za pravokutni poprečni presjek i presjek mosta

stupnja slobode, bolji su izbor za mostove dugih raspona s kabelima u odnosu na presjeka koji su podložni treperenju sa jednim stupnjem slobode, barem sa stajališta aerodinamičke stabilnosti.

5. Zaključak

Glavni je cilj ovoga rada eksperimentalna identifikacija parametara treperenja za dva različita poprečna presjeka: pravokutni i tipičan presjek mosta. Provedena su dva tipa mjerenja: balans sila i mjerenja tlakova. Rad je sažeti pregled različitih eksperimentalnih pristupa vezanih za problem aeroelastičnosti. Rezultate prati detaljan opis primijenjenoga postupka identifikacije i odgovarajućeg eksperimentalnog postava.

Dan je opis postupka izračunavanja i rezultati koji se odnose na Strouhalov broj, važan parameter koji vodi k pojavi odvajanja vrtloga. Određeni su i stacionarni koeficijenti sile te je uočen slom uzgona u slučaju neaerodinamičnoga pravokutnog presjeka.

Na temelju raspodjele srednje vrijednosti i standardne devijacije tlakova prepoznati su glavni oblici obstrujavanja vjetra oko ispitanih presjeka. Na kraju je procijenjeno osam parametara treperenja za oba poprečna presjeka.

Osim Strouhalova broja vezanoga za tipičan poprečni presjek mosta, određeni parametri treperenja predstavljaju najveći doprinos ovoga rada. Posebno, određeni parametri treperenja mogu biti od koristi kada je u pitanju aerodinamička stabilnost sličnih poprečnih presjeka. Nadalje, istaknut je značaj aeroelastičnoga prigušenja A_2^* . Naime, neaerodinamičan je

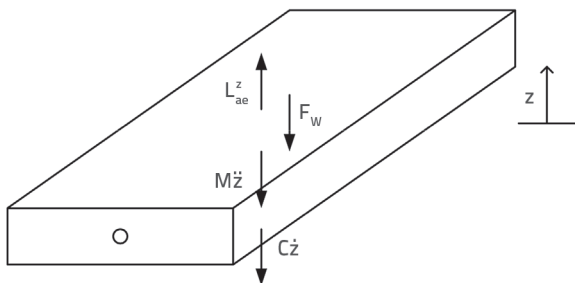
pravokutni presjek prepoznat kao sklon torzijskom treperenju (jedan stupanj slobode), dok je presjek mosta podložan klasičnom treperenju.

Zahvala

Zahvalnost se izražava za podršku njemačkoga servisa za razmjenu (DAAD) prvom autoru ovog rada u sklopu dugoročne stipendije. Također, autori žele izraziti zahvalnost Dr. Christianu Neuhausu za pomoć pri eksperimentima kao i na diskusijama.

Dodatak

U slučaju vertikalnoga gibanja, na model djeluju sljedeća opterećenja u skladu s modelom opterećenja: inercijalna sila i sila prigušenja suprotna od smisla gibanja te aeroelastična sila L_{ae}^z u smislu gibanja [28], kao što je prikazano na slici 17.



Slika 17. Sile koje djeluju na model u eksperimentalnom postavu [28]

Ostvarivanjem ravnoteže vertikalnih sila balans opterećenja je odrezan tako da izmjerene sile F_w djeluju kao opterećenje na odrezanim rubovima modela. Na ovaj se način se oblikuje jednadžba

$$M\ddot{z} + C\dot{z} + F_w - L_{ae}^z = 0 \quad (A1)$$

Primjenom pristupa aeroelastičnim silama danoga jednadžbom (1) i promatrajući jediničnu dužinu preseka slijedi

$$M\ddot{z} + C\dot{z} + F_w - \frac{1}{2}\rho U^2 B \left[KH_1^* \frac{\dot{z}}{U} + K^2 H_4^* \frac{z}{B} \right] = 0 \quad (A2)$$

Zbog harmonijskoga vertikalnog gibanja s kružnom frekvencijom ω , gibanje i njegova prva i druga derivacija mogu se prikazati kao

$$z = \hat{z}e^{i\omega t}, \dot{z} = \hat{z}i\omega e^{i\omega t}, \ddot{z} = -\hat{z}\omega^2 e^{i\omega t} \quad (A3)$$

Kao što je već spomenuto, izvedene su dva skupa mjerenja, mjerenja bez strujanja vjetra i pri strujanju vjetra, i kao posljedica harmonijskoga gibanja pretpostavlja se da su i mjerene sile F_0 i F_w harmonijske i izražene jednadžbom (5). Uvrštavanjem jednadžbi (A3) i (5) u jednadžbu (A2) i poništavajući $e^{i\omega t}$, dobivena jednadžba daje sljedeći izraz za mjerene sile:

$$\hat{F}_w e^{i\varphi_w} = \hat{z} \left[M\omega^2 - i\omega C + \frac{1}{2}\rho U^2 B \left(KH_1^* \frac{i\omega}{U} + K^2 H_4^* \frac{1}{B} \right) \right] \quad (A4)$$

Na taj se način mjerenja bez strujanja zraka (F_0) mogu promatrati kao poseban slučaj općega pristupa sa strujanjem zraka (F_w):

$$\hat{F}_0 e^{i\varphi_0} = \hat{z} [M\omega^2 - i\omega C] \quad (A5)$$

Primjenom Eulerova identiteta sile se mogu prikazati u kompleksnoj ravnini kao na slici 1., a njihov se realni i imaginarni dio prikazuju kao

$$F_w = \hat{F}_w e^{i\varphi_w} = \text{Re}(F_w) + i \cdot \text{Im}(F_w) = \hat{F}_w \cdot \cos(\varphi_w) + i \cdot \hat{F}_w \cdot \sin(\varphi_w) \quad (A6)$$

$$F_0 = \hat{F}_0 e^{i\varphi_0} = \text{Re}(F_0) + i \cdot \text{Im}(F_0) = \hat{F}_0 \cdot \cos(\varphi_0) + i \cdot \hat{F}_0 \cdot \sin(\varphi_0) \quad (A7)$$

Razlika je

$$\Delta F = F_w - F_0 = \text{Re}(F_w) - \text{Re}(F_0) + i \cdot (\text{Im}(F_w) - \text{Im}(F_0)) = \text{Re}(\Delta F) + i \cdot \text{Im}(\Delta F) \quad (A8)$$

Uvrštavanjem jednadžbi (A4) i (A5) u jednadžbu (A8) u slučaju aeroelastične sile uzgona dobiva se

$$\Delta L_{ae}^z = \hat{z} \frac{1}{2} \rho U^2 B \left(KH_1^* \frac{i\omega}{U} + K^2 H_4^* \frac{1}{B} \right) \quad (A9)$$

a uvrštavanjem reducirane frekvencije, $K=B\omega/U$, u jednadžbu (A9) dobiva se

$$\Delta L_{ae}^z = \frac{1}{2} \rho U^2 K^2 \hat{z} (H_4^* + iH_1^*) \quad (A10)$$

Na sličan se način mogu izvesti jednadžbe (8)-(10).

LITERATURA

- [1] Ricciardelli, F.: On the wind loading mechanism of long-span bridge deck box section, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 91 (2003), pp. 1411-1430, <https://doi.org/10.1016/j.jweia.2003.09.011>
- [2] Den Hartog, J. P.: *Mechanical vibrations*, Mc-Graw-Hill, 1956.
- [3] Farquharson, F.B.: *Aeroelastic stability of suspension bridges with special reference to the Tacoma Narrows Bridge*, Part I-V, University of Washington Experimental Station. Bulletin 116, pp. 1949-1954.

- [4] Brownjohn, J.M.W., Jakobsen, J.B.: Strategies for aeroelastic parameter identification from bridge deck free vibration data, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 89 (2001), pp. 1113–1136, [https://doi.org/10.1016/S0167-6105\(01\)00091-5](https://doi.org/10.1016/S0167-6105(01)00091-5)
- [5] Scanlan, R. H., Tomko, J.: Airfoil and bridge flutter derivatives, *Journal of the Engineering Mechanics Division Proceedings of the ASCE*, 97 (1971), pp.1717–1737.
- [6] Bisplinghoff, R.L., Ashley, H., Halfman, R.L.: *Aeroelasticity*, Dover science books, Dover, New York, 1996.
- [7] Mannini, C.: *Flutter Vulnerability Assessment of Flexible Bridge*, PhD thesis, Technische Universitaet Carolo-Wilhelmina Braunschweig and University of Florence, 2006.
- [8] Larsen, A., Larose, G.L.: Dynamic wind effects on suspension and cable-stayed bridges, *Journal of Sound and Vibration*, 334 (2015), pp. 2–28, <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2014.06.009>
- [9] Righi, M.: *Aeroelastic stability of long span suspended bridges: Flutter mechanism on rectangular cylinders in smooth and turbulent flow*, PhD thesis, University of Florence, 2003.
- [10] Borri, C., Costa, C.: *CISM courses and lectures*, Springer Vienna, 2007.
- [11] Dyrbye, C., Hansen, S.: *Wind Loads on Structures*, John Wiley & Sons, first edition, 1997.
- [12] Richardson, J.R.: The development of the concept of the twin suspension bridge, *National Maritime Institute*, NMI R125, 1981.
- [13] Bartoli, G., D'Asdia, S., Mannini, C., Noè, S., Procino, L.: Innovative configurations for long-span suspension bridges, *Proceedings of the European African Conference on Wind Engineering EACWE5*, 2009.
- [14] Johansson, J., Andersen, M.S., Øvre, M.S.: Non-flutter design principle for long span bridges, *Proceedings of the Asia Pacific Conference on Wind Engineering APCWE8*, 2013, https://doi.org/10.3850/978-981-07-8012-8_172
- [15] Simiu, E., Scanlan, R. H.: *Wind Effects on Structures: Fundamentals and Applications to Design*, John Wiley, New York, 3rd edition, 1996.
- [16] Theodorsen, T.: *General theory of aerodynamic instability and the mechanism of flutter*, NACA technical report 496, 1934.
- [17] Ge, Y., Xiang, H.: Computational models and methods for aerodynamic flutter of long-span bridges, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 96 (2008), pp. 1912–1924, <https://doi.org/10.1016/j.jweia.2008.02.017>
- [18] Noda, M., Utsunomiya, F., Nagao, F., Kanda, M., Shiraishi, N.: Effects of oscillation amplitude on aerodynamic derivatives, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 91, 2003.
- [19] Jensen, A.G., Höffer, R.: Flat plate flutter derivatives – an alternative formulation, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 74-76 (1998), pp. 859-869, [https://doi.org/10.1016/S0167-6105\(98\)00078-6](https://doi.org/10.1016/S0167-6105(98)00078-6)
- [20] Zasso, A.: Flutter derivatives: Advantages of a new representation convention, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 60 (1996), pp. 35-47, [https://doi.org/10.1016/0167-6105\(96\)00022-0](https://doi.org/10.1016/0167-6105(96)00022-0)
- [21] Chowdhury, A.G., Sarkar, P.P.: A new technique for identification of eighteen flutter derivatives using a three-degree-of-freedom section model, *Engineering Structures*, 25 (2003), pp. 1763-1772, <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2003.07.002>
- [22] Bogunović-Jakobsen, J.: *Fluctuating wind load and response of a line-like engineering structure with emphasis on motion-induced wind forces*, PhD thesis, University of Trondheim, Norway, 1995.
- [23] Sarkar, P.P., Jones, N.P., Scanlan, R.H.: System identification for estimation of flutter derivatives, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 41-44 (1992), pp. 1243-1254, [https://doi.org/10.1016/0167-6105\(92\)90131-5](https://doi.org/10.1016/0167-6105(92)90131-5)
- [24] Matsumoto, M.: Aerodynamic damping of prisms, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 59 (1996), 159-175, [https://doi.org/10.1016/0167-6105\(96\)00005-0](https://doi.org/10.1016/0167-6105(96)00005-0)
- [25] Haan, F.: *The effects of the turbulence on the aerodynamics of long-span bridges*, PhD thesis, Department of Aerospace and Mechanical Engineering, University of Notre Dame, Indiana, 2000.
- [26] Neuhaus, C.: *Zur Identifikation selbsterregter aeroelastischer Kräfte im Zeitbereich*, PhD thesis, Bergischen Universitaet Wuppertal, Wuppertal, 2010.
- [27] Hortmanns, M.: *Zur Identifikation und Berücksichtigung nichtlinearer aeroelastischer Effekte*, PhD thesis, RWTH Aachen, 1997.
- [28] Neuhaus, C., Roesler, S., Höffer, R., Hortmanns, M., Zahlten, W.: Identification of 18 flutter derivatives by forced vibration tests – a new experimental rig, In *European and African Conference on Wind Engineering*, 2009.
- [29] Neuhaus, C.: Numerische frequenzabhängige Kalibrierung langer Druckmessschlauchsysteme, *Technical report, Ruhr University Bochum, Bochum, Germany*, 2010.
- [30] Strouhal, V.: Über eine besondere Art der Tonerregung, *Annalen der Physik und Chemie*, pp. 216–251, 1878.
- [31] *Eurocode 1: Actions on Structures*, Part 1-4: General actions-Wind actions (EN 1991-1-4: 2005).
- [32] Brčić, S.: *Uticao vetra na konstrukcije*. In V. Brčić, editor, *Savremeni problem dinamike inženjerskih konstrukcija*, JGC, GRF, Beograd, pp. 581-693, 1982.
- [33] Šarkić, A., Jočković, M., Brčić, S.: *Frequency- and Time-Domain Methods Related to Flutter Instability Problem*, Građevinski materijali i konstrukcije, 57 (2014) 2, pp. 39-56.